



Investigating Teaching Designs for Mathematical Reasoning

Investigasi Desain Pengajaran untuk Penalaran Matematis

¹Novita Fatmiyati, ²Freddy Prasetyo, ³Dela Ambarwati, ⁴Dadan Dasari

^{1,2,3,4} Pendidikan Matematika, Fakultas Pendidikan Matematika dan IPA, Universitas Pendidikan Indonesia

Alamat: Jalan Dr. Setiabudhi 229 Bandung, Jawa Barat

Email: nofatmi@gmail.com

Article History:

Received: 25-12-2022; Received in Revised: 14-02-2023; Accepted: 16-02-2023

Abstract

Learning mathematics requires students to have various abilities and skills, including mathematical reasoning ability. This study aims to identify any matters related to teaching design in mathematics education toward students' mathematical reasoning abilities. The method used was Systematic Literature Review (SLR) and the collection of literature used as research subjects were carried out by searching the Scopus database and using inclusion criteria in the form of (1) written in English, (2) published in the last ten years (2013-2022), and (3) indexed by Scopus. There are 24 articles identified that meet the inclusion criteria and were analyzed based on teaching design categorization by van der Akker that has been modified by Lithner. The results found that there are learning designs that affect various mathematical reasoning abilities, namely the Zone of Proximal Development (ZPD), Realistic Mathematics Education (RME), and Theory of Didactical Situation (TDS), where various claims in the form of interventions such as learning models, learning instructions and teaching media or materials, which have been seen to effectively improve students' mathematical reasoning abilities.

Keywords: *Mathematical Reasoning; Systematic Literature Review (SLR); Teaching Design.*

Abstrak

Pembelajaran matematika menuntut kemampuan dan keterampilan siswa, salah satunya kemampuan penalaran matematika. Penelitian ini bertujuan mengidentifikasi desain pembelajaran matematika terkait kemampuan penalaran matematis siswa. Metode yang digunakan yaitu Systematic Literature Review (SLR) dengan mengidentifikasi database Scopus dengan kriteria inklusi berupa (1) ditulis dalam Bahasa Inggris, (2) diterbitkan selama sepuluh tahun terakhir (2013-2022), dan (3) terindeks Scopus. Terdapat 24 artikel yang teridentifikasi memenuhi kriteria tersebut yang selanjutnya dianalisis berdasarkan kategorisasi desain pengajaran menurut van der Akker yang dimodifikasi oleh Lithner. Hasil penelitian ini menemukan terdapat desain pengajaran yang mempengaruhi berbagai kemampuan penalaran matematis, yaitu Zone of Proximal Development (ZPD), Realistic Mathematics Education (RME), dan Theory of Didactical Situation (TDS), dengan berbagai klaim di antaranya intervensi model pembelajaran, instruksi pembelajaran, dan media atau bahan ajar, yang secara efektif meningkatkan kemampuan penalaran matematika siswa.

Kata Kunci: *Desain Pengajaran; Penalaran Matematika; Systematic Literature Review (SLR).*

Pendahuluan

Pembelajaran matematika merupakan salah satu pelajaran utama di sekolah. Hal ini dapat terlihat dari pelajaran matematika yang sudah dipelajari mulai dari tingkat Sekolah Dasar hingga Sekolah Menengah Atas. Pelajaran matematika menuntut siswa untuk memiliki berbagai kemampuan dan keterampilan, salah satunya adalah kemampuan penalaran. Kemampuan penalaran matematis memiliki arti yang luas dan para peneliti maupun ahli memiliki definisi tersendiri terkait hal ini. Penalaran matematis merupakan kemampuan untuk menganalisis situasi dan membangun opini¹. Penalaran matematis juga diartikan sebagai proses untuk mencapai kesimpulan dalam penyelesaian masalah². Selain itu, kemampuan penalaran matematika sebagai kemampuan menggunakan nalar dalam menyimpulkan, membuktikan, membangun gagasan baru, dan menyelesaikan masalah-masalah matematika yang perlu dimiliki oleh setiap siswa³. Berdasarkan pendapat-pendapat tersebut, kemampuan penalaran matematis dapat diartikan sebagai kemampuan dalam menggunakan nalar untuk menganalisis masalah-masalah matematika sehingga diperoleh penyelesaian dan kesimpulannya.

Pemahaman terhadap konsep matematika dan kemampuan penalaran matematis merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan, konsep matematika dipahami melalui penalaran, sebaliknya penalaran dipahami dengan modal pemahaman terhadap konsep⁴. Kemampuan penalaran sangat penting bagi siswa untuk memahami matematika. Hal tersebut menjadi penting karena tanpa penalaran, menyebabkan kegagalan dalam memahami instruksi matematika⁵. Ada beberapa faktor yang dapat mempengaruhi kemampuan penalaran matematis pada siswa baik pengaruh internal maupun eksternal.

¹ Berinderjeet Kaur and Tin Lam Toh, *Reasoning, Communication and Connections in Mathematics: Yearbook 2012, Association of Mathematics Educators* (World Scientific, 2012), <https://doi.org/10.1142/8466>.

² Helena Johansson, "Mathematical Reasoning Requirements in Swedish National Physics Tests," *International Journal of Science and Mathematics Education* 14, no. 6 (August 1, 2016): 1133–52, <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9636-3>.

³ Ananda Putri Iskandar and Leonard Leonard, "Modifikasi Model Pembelajaran Tipe Numbered Heads Together (NHT) Dengan Strategi Pembelajaran Tugas Dan Paksa Terhadap Kemampuan Penalaran Matematika Siswa," *Jurnal Mercumatika: Jurnal Penelitian Matematika Dan Pendidikan Matematika* 4, no. 1 (2019): 1–13.

⁴ Aan Putra, Hendra Syarifuddin, and Zulfah Zulfah, "Validitas Lembar Kerja Peserta Didik Berbasis Penemuan Terbimbing Dalam Upaya Meningkatkan Pemahaman Konsep Dan Kemampuan Penalaran Matematis," *Edumatika : Jurnal Riset Pendidikan Matematika* 1, no. 2 (December 14, 2018): 56–62, <https://doi.org/10.32939/ejrpm.v1i2.302>.

⁵ Michael T. Battista, "Shape Makers," *Computers in the Schools* 17, no. 1–2 (May 31, 2001): 105–20, https://doi.org/10.1300/J025v17n01_09.

Faktor-faktor tersebut di antaranya seperti pemahaman konsep matematika ⁶, kecerdasan numerik dan minat belajar ⁷. Agar dapat tercapai, maka pembelajaran matematika harus dilakukan secara optimal dan efektif. Ada beberapa strategi ataupun karakteristik pembelajaran matematika yang dapat mendukung peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa.

Beberapa penelitian telah membahas desain pengajaran dan kemampuan penalaran. Desain pengajaran dalam pembelajaran dapat berupa media pembelajaran ⁸, pendekatan pembelajaran ⁹, maupun model pembelajaran ¹⁰. Mekipun telah ada berbagai penelitian yang mengkaji isu-isu tersebut, masih terdapat banyak hal yang perlu dipelajari untuk meningkatkan praktik pengajaran ¹¹. Penelitian yang sudah ada berhasil mengidentifikasi desain pengajaran untuk pemecahan masalah dan penalaran dalam pembelajaran matematika ¹². Namun, hasil tersebut belum fokus pada kemampuan penalaran matematis dan hingga kini masih diperlukan suatu rangkuman komprehensif terkait desain pengajaran terhadap kemampuan penalaran matematis. Oleh karena itu, penelitian ini mencoba mengidentifikasi berbagai intervensi pembelajaran, termasuk di dalamnya desain pembelajaran, strategi, model, media, dan lain sebagainya yang berkaitan dengan kemampuan penalaran matematis.

Berdasarkan pemaparan tersebut, kemampuan penalaran matematis penting dimiliki seluruh siswa untuk menghasilkan pembelajaran matematika yang optimal. Penelitian ini mencoba mengidentifikasi hal-hal yang berkaitan dengan desain pengajaran dalam pendidikan matematika terkait kemampuan penalaran pada siswa. Dari hal tersebut, diharapkan dapat membantu para

⁶ Munasiah Munasiah, "Pengaruh Kecemasan Belajar dan Pemahaman Konsep Matematika Siswa terhadap Kemampuan Penalaran Matematika," *Formatif: Jurnal Ilmiah Pendidikan MIPA* 5, no. 3 (February 29, 2016), <https://doi.org/10.30998/formatif.v5i3.649>.

⁷ Dwi Dani Apriyani and Erlando Doni Sirait, "Pengaruh Kecerdasan Numerik Dan Minat Belajar Terhadap Kemampuan Penalaran Matematika," *Simposium Nasional Ilmiah & Call for Paper Unindra (Simponi)* 1, no. 1 (2019), <https://doi.org/10.30998/simponi.v0i0.246>.

⁸ David Maclinton and Dedek Andrian, "Pengembangan Media Pembelajaran Prisma Berbasis Macromedia Flash Dengan Desain Pembelajaran Assure," *INOMATIKA* 4, no. 1 (January 30, 2022): 83–97, <https://doi.org/10.35438/inomatika.v4i1.323>.

⁹ Nurhayati, Afrizawati, and Yandra Rivaldo, "Pembelajaran Matematika Dengan Pendekatan Investigatif Untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Dan Representasi Matematis Siswa Sekolah Dasar," *Al-Mafahim: Jurnal Pendidikan Guru Madrasah Ibtidaiyah* 4, no. 1 (February 25, 2021): 8–15, <http://ejournal.stit-alkifayahriau.ac.id/index.php/almafahim/article/view/34>.

¹⁰ Amanatul Khaeroh, Nurul Anriani, and Anwar Mutaqin, "Pengaruh Model Pembelajaran Problem Based Learning terhadap Kemampuan Penalaran Matematis," *TIRTAMATH: Jurnal Penelitian dan Pengajaran Matematika* 2, no. 1 (July 18, 2020): 73–85, <https://doi.org/10.48181/tirtamath.v2i1.8570>.

¹¹ Frank K. Lester, *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (IAP, 2007).

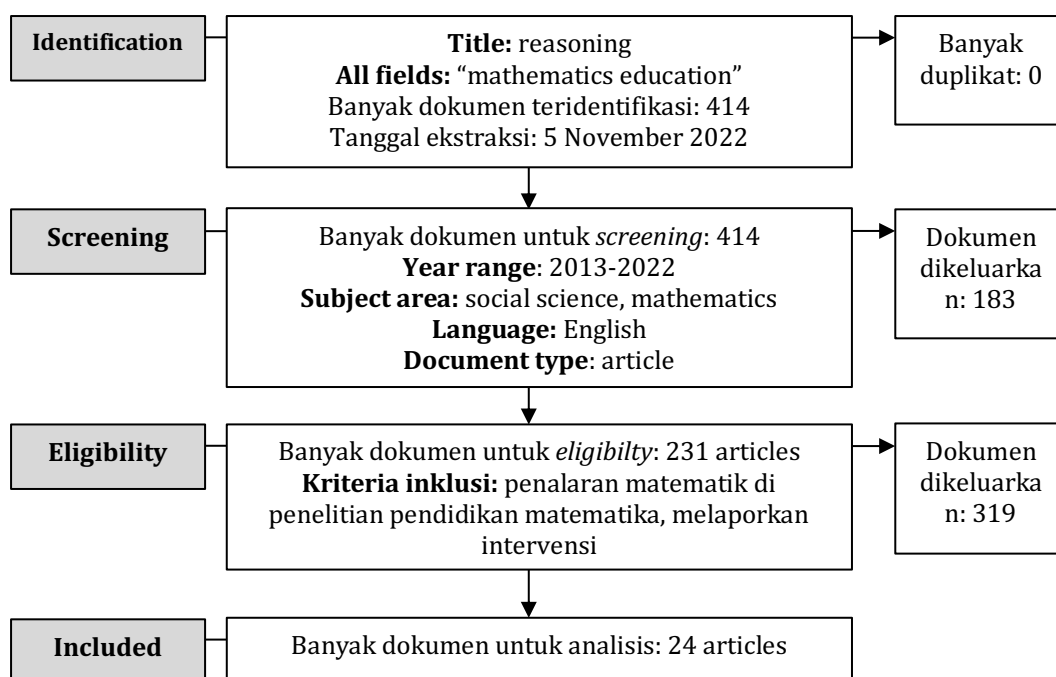
¹² Johan Sidenvall, "Literature Review of Mathematics Teaching Design for Problem Solving and Reasoning," *Nordisk Matematikkdidaktikk, NOMAD:[Nordic Studies in Mathematics Education]* 24, no. 1 (2019): 51–74.

pendidik untuk dapat menentukan desain pengajaran yang tepat agar pembelajaran matematika dapat berlangsung secara optimal.

Metode

Penelitian ini menggunakan pendekatan *Systematic Literature Review* (SLR). SLR memungkinkan peneliti untuk melakukan pengumpulan data dari berbagai literatur atau penelitian terdahulu, sehingga dapat diperoleh data yang valid dan dapat dipertanggungjawabkan.

Proses pengumpulan data mengikuti PRISMA *statement*¹³ yang dapat dilihat pada Gambar 1. Pengumpulan data menggunakan *database* Scopus (<https://www.scopus.com/home.uri>). Kata pencarian pada “*article title*” adalah “*reasoning*” dengan tambahan “*teaching or instruction or design or method or model*”. Karena lingkup penelitian ini adalah penelitian pendidikan matematika, maka ditambahkan “*all fields*” yaitu “*mathematics education*”. Data yang diperoleh kemudian disortir menggunakan kriteria yaitu (1) tipe dokumen artikel, (2) dipublikasi dalam kurun waktu 10 tahun terakhir (2013-2022), dan (3) ditulis dalam bahasa Inggris.



Gambar 1. Proses Pengumpulan Data

¹³ David Moher et al., “Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses: The Prisma Statement (Chinese Edition),” *Journal of Chinese Integrative Medicine* 7, no. 9 (2009): 889–96, <https://doi.org/10.3736/jcim20090918>.

Kategorisasi dan analisis desain pengajaran dalam artikel-artikel yang diteliti dilakukan dengan karakterisasi desain pengajaran oleh van den Akker yang dimodifikasi oleh Lithner¹⁴. Karakterisasi tersebut mencakup hal-hal berikut.

1. Tujuan yang ingin dicapai melalui pengajaran yang digunakan.
2. Klaim yang dibuat tentang bagaimana tujuan harus dicapai.
3. Argumen teoretis dan empiris yang mendukung klaim tentang pencapaian tujuan yang ditetapkan.

Hasil dan Diskusi

Hasil artikel yang diperoleh disajikan pada Tabel 1. Setiap artikel berasal dari sumber jurnal yang beragam. Publikasi paling banyak adalah di tahun 2020 sebanyak 8 artikel.

Tabel 1. Daftar Artikel

No	Judul	Penulis	Jurnal	Tahun
1	Adaptive instruction strategies to foster covariational reasoning in a digitally rich environment ¹⁵	Osama Swida, Sara Bagossi, Silvia Beltramino, Ferdinando Arzarello	Journal of Mathematical Behavior	2022
2	The design and use of a digital tool to support the development of preschool children's logical reasoning ¹⁶	Kevin Larkin, Christina Lommatsch, Ilyse Resnick, Thomas Lowrie	Journal of Research on Technology in Education	2022
3	Impulsing the development of students' competency related to mathematical thinking and reasoning through teaching straight-line equations ¹⁷	Bui Phuong Uyen, Lu Kim Ngan, Nguyen Phuong Thao, Duong Huu Tong	International Journal of Learning, Teaching and Educational Research	2021

¹⁴ Johan Lithner, "Principles for Designing Mathematical Tasks That Enhance Imitative and Creative Reasoning," *ZDM* 49, no. 6 (November 1, 2017): 937-49, <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0867-3>.

¹⁵ Osama Swidan et al., "Adaptive Instruction Strategies to Foster Covariational Reasoning in a Digitally Rich Environment," *The Journal of Mathematical Behavior* 66 (June 1, 2022): 100961, <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.100961>.

¹⁶ Kevin Larkin et al., "The Design and Use of a Digital Tool to Support the Development of Preschool Children's Logical Reasoning," *Journal of Research on Technology in Education* 0, no. 0 (August 2, 2022): 1-14, <https://doi.org/10.1080/15391523.2022.2107590>.

¹⁷ Bui Uyen et al., "Impulsing the Development of Students' Competency Related to Mathematical Thinking and Reasoning through Teaching Straight-Line Equations," *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research* 20 (June 30, 2021): 38-65, <https://doi.org/10.26803/ijlter.20.6.3>.

No	Judul	Penulis	Jurnal	Tahun
4	Doing math with mathematicians to support pedagogical reasoning about inquiry-oriented instruction ¹⁸	Christine Andrew-Larson, Estrella Johnson, Valerie Peterson, Rachel Keller	Journal of Mathematics Teacher Education	2021
5	Technology enhanced learning environments and the potential for enhancing spatial reasoning: a mixed methods study ¹⁹	Samuel Fowler, Chelsea Cutting, JohnPaul Kennedy, Simon N. Leonard, Florence Gabriel. Wayne Jaeschke	Mathematics Education Research Journal	2020
6	Investigating the generalizability of Schema-Based Instruction Focused on Proportional Reasoning: A Multi-State Study ²⁰	Asha K. Jitendra, Michael R. Harwell, Stacky R. Karl, Soo-hyun Im, Susan C. Slater	The Journal of Experimental Education	2021
7	Enhanced Visuospatial Reasoning of Students with Hybrid Learning Model ²¹	Cut Latifah Zahari, Yaya Sukjaya, Kusumah, Dahrim	International Journal of Scientific & Technology Research	2020
8	The impact of a conceptual model-based mathematics computer tutor on multiplicative reasoning and problem-	Yan Ping Xin, Joo Yong Park, Ron Tzur, Luo Si	Journal of Mathematical Behavior	2020

¹⁸ Christine Andrews-Larson et al., "Doing Math with Mathematicians to Support Pedagogical Reasoning About Inquiry-Oriented Instruction," *Journal of Mathematics Teacher Education* 24, no. 2 (April 1, 2021): 127–54, <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09450-3>.

¹⁹ Samuel Fowler et al., "Technology Enhanced Learning Environments and the Potential for Enhancing Spatial Reasoning: A Mixed Methods Study," *Mathematics Education Research Journal* 34, no. 4 (December 1, 2022): 887–910, <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00368-9>.

²⁰ Asha K. Jitendra et al., "Investigating the Generalizability of Schema-Based Instruction Focused on Proportional Reasoning: A Multi-State Study," *The Journal of Experimental Education* 89, no. 4 (October 2, 2021): 587–604, <https://doi.org/10.1080/00220973.2020.1751580>.

²¹ C. L. Zahari, Y. Kusumah, and Dahrim, "Enhanced Visuospatial Reasoning of Students with Hybrid Learning Model," *International Journal of Scientific & Technology Research* 9, no. 3 (March 2020): 3955–57, <https://www.semanticscholar.org/paper/ENHANCED-VISUOSPATIAL-REASONING-OF-STUDENTS-WITH-Zahari-Kusumah/93fe6768548701f7532ff93cafd9cc94b48d6559>.

No	Judul	Penulis	Jurnal	Tahun
	solving of students with learning disabilities ²²			
9	The effects of the ECIRR learning model on mathematical reasoning ability in the curriculum perspective 2013: Integration on student learning motivation ²³	Agus Pahrudin, Nur Ahid, Syamsul Huda, Nita Ardianti, Fredi Ganda Putra, Bambang Sri Anggoro, Watcharin Joemsittiprasert	European Journal of Educational Research	2020
10	Effect of 5e instructional model on mobile technology to enhance reasoning ability of lower primary school students ²⁴	Weeracha Siwawetkul, Prakob Koraneekij	Kasetsart Journal of Social Sciences	2020
11	The Application of Problem-Based Learning Model to Improve Students' Mathematical Reasoning ²⁵	Linda Andalia, Usman, Muhammad Subianto	International Journal of Scientific & Technology Research	2020
12	The effect of concept map learning model on student's reasoning ²⁶	Rita Pramujiyanti Khotimah,	Universal Journal of	2020

²² Yan Ping Xin et al., "The Impact of a Conceptual Model-Based Mathematics Computer Tutor on Multiplicative Reasoning and Problem-Solving of Students with Learning Disabilities," *The Journal of Mathematical Behavior* 58 (June 1, 2020): 100762, <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100762>.

²³ Agus Pahrudin et al., "The Effects of the ECIRR Learning Model on Mathematical Reasoning Ability in the Curriculum Perspective 2013: Integration on Student Learning Motivation," *The Effects of the ECIRR Learning Model on Mathematical Reasoning Ability in the Curriculum Perspective 2013: Integration on Student Learning Motivation* 9, no. 2 (March 30, 2020): 675–84, <https://eu-jer.com/the-effects-of-the-ecirr-learning-model-on-mathematical-reasoning-ability-in-the-curriculum-perspective-2013-integration-on-student-learning-motivation.html>.

²⁴ Weeracha Siwawetkul and Prakob Koraneekij, "Effect of 5e Instructional Model on Mobile Technology to Enhance Reasoning Ability of Lower Primary School Students," *Kasetsart Journal of Social Sciences* 41, no. 1 (2020): 40–45, <https://so04.tci-thaijo.org/index.php/kjss/article/view/229138>.

²⁵ Linda Andalia, Usman, and M. Subianto, "The Application Of Problem-Based Learning Model To Improve Students' Mathematical Reasoning Skills," *International Journal of Scientific & Technology Research*, March 25, 2020, 3532–36, <https://www.semanticscholar.org/paper/The-Application-Of-Problem-Based-Learning-Model-To-Andalia-Usman/b90628f69d6abefcaf0dc415874bb5bc10b23896>.

²⁶ Rita Khotimah, Christina Sari, and Masduki Masduki, "The Effect of Concept Map Learning Model on Student's Reasoning," *Universal Journal of Educational Research* 8 (November 30, 2020): 6139–45, <https://doi.org/10.13189/ujer.2020.082250>.

No	Judul	Penulis	Jurnal	Tahun
		Christina Kartika Sari, Masduki	Educational Research	
13	Are physical experiences with the balance model beneficial for students' algebraic reasoning? An evaluation of two learning environments for linear equations ²⁷	Mara Otten, Marja van den Heuvel-Panhuizen, Michiel Veldhuis, Jan Boom, Aiso Heinze	Education Sciences	2020
14	Primary school teachers implementing structured mathematics interventions to promote their mathematics knowledge for teaching proportional reasoning ²⁸	Annette Hilton, Geoff Hilton	Journal of Mathematics Teacher Education	2019
15	Spiral teaching sequence and concept maps for facilitating conceptual reasoning of acceleration ²⁹	Chengyuan Chen, Wheijen Chang, Shihyin Lin	Asia-Pacific Forum on Science Learning and Teaching	2019
16	Developing prospective teachers' covariational reasoning through a model development sequence ³⁰	Mahmut Kertil, Ayhan Kursat Erbas, Bulent Cetinkaya	Mathematical Thinking and Learning	2019
17	Effectiveness of two instructional methods on reasoning ability of	Samuel Olufemi Adenyi, Olaotan Oladele Kuku	Specijalna edukacija I rehabilitacija	2018

²⁷ Mara Otten et al., "Are Physical Experiences with the Balance Model Beneficial for Students' Algebraic Reasoning? An Evaluation of Two Learning Environments for Linear Equations," *Education Sciences* 10, no. 6 (June 2020): 163, <https://doi.org/10.3390/educsci10060163>.

²⁸ Annette Hilton and Geoff Hilton, "Primary School Teachers Implementing Structured Mathematics Interventions to Promote Their Mathematics Knowledge for Teaching Proportional Reasoning," *Journal of Mathematics Teacher Education* 22, no. 6 (December 1, 2019): 545-74, <https://doi.org/10.1007/s10857-018-9405-7>.

²⁹ Chengyuan Chen, Wheijen Chang, and Shihyin Lin, "Spiral Teaching Sequence and Concept Maps for Facilitating Conceptual Reasoning of Acceleration," August 2019, 1-17, <https://www.proquest.com/docview/2336304821?pq-origsite=primo>.

³⁰ Mahmut Kertil, Ayhan Kursat Erbas, and Bulent Cetinkaya, "Developing Prospective Teachers' Covariational Reasoning Through a Model Development Sequence," *Mathematical Thinking and Learning* 21, no. 3 (July 3, 2019): 207-33, <https://doi.org/10.1080/10986065.2019.1576001>.

No	Judul	Penulis	Jurnal	Tahun
	children with hearing impairment in Nigeria ³¹			
18	Effects of a rubric for mathematical reasoning on teaching and learning in primary school ³²	Robbert Smit, Patricia Bachmann, Verena Thomas, Kurt Hess	Instructional Science	2017
19	Experiencing teaching and learning quantitative reasoning in a project-based context ³³	Tracey Muir, Kim Beswick, Rosemary Callingham, Katara Jade	Mathematics Education Research Journal	2016
20	The impact of highly and minimally guided discovery instruction on promoting the learning of reasoning strategies for basic add-1 and doubles combinations ³⁴	Arthur J. Baroody, David J. Purpura, Michael D. Eiland, Erin E. Reid	Early Childhood Research Quarterly	2015
21	Effects of Polya questioning instruction for geometry reasoning in junior high school ³⁵	Chun-Yi Lee, Ming-Jan Chen	Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology	2015
22	Adapting Japanese Lesson Study to enhance the teaching and learning of geometry and spatial	Joan Moss, Zachary Hawes, Sarah Naqvi	ZDM Mathematics Education	2015

³¹ Samuel Adeniyi and Olaotan Kuku, "Effectiveness of Two Instructional Methods on Reasoning Ability of Children with Hearing Impairment in Nigeria," *Specijalna Edukacija i Rehabilitacija* 17, no. 4 (2018): 395–417, <https://doi.org/10.5937/specedreh17-18600>.

³² Robbert Smit et al., "Effects of a Rubric for Mathematical Reasoning on Teaching and Learning in Primary School," *Instructional Science* 45, no. 5 (October 1, 2017): 603–22, <https://doi.org/10.1007/s11251-017-9416-2>.

³³ Tracey Muir et al., "Experiencing Teaching and Learning Quantitative Reasoning in a Project-Based Context," *Mathematics Education Research Journal* 28, no. 4 (December 1, 2016): 479–501, <https://doi.org/10.1007/s13394-016-0176-0>.

³⁴ Arthur J. Baroody et al., "The Impact of Highly and Minimally Guided Discovery Instruction on Promoting the Learning of Reasoning Strategies for Basic Add-1 and Doubles Combinations," *Early Childhood Research Quarterly* 30 (January 1, 2015): 93–105, <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2014.09.003>.

³⁵ Chun-Yi Lee and Ming-Jang Chen, "Effects of Polya Questioning Instruction for Geometry Reasoning in Junior High School," *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education* 11, no. 6 (September 29, 2015): 1547–61, <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1419a>.

No	Judul	Penulis	Jurnal	Tahun
	reasoning in early years ³⁶			
23	The effect of origami-based instruction on spatial visualization, geometry achievement, and geometric reasoning ³⁷	Sevil Arici, Fatma Aslan-Tutak	International Journal of Science and Mathematics Education	2015
24	Effectiveness of Schema-Based Instruction for Improving Seventh Grade Students' Proportional Reasoning: A Randomized Experiment ³⁸	Asha K. Jitendra, Jon R. Star, Danielle N. Dupuis, Michael C. Rodriguez	Journal of Research on Educational Effectiveness	2013

Hasil keseluruhan untuk *goals, claims and arguments* disajikan di Tabel 2. Pada mulanya, di antara 24 artikel yang dianalisis, 2 artikel melakukan penelitian pada siswa *preschool*, 7 pada siswa sekolah dasar, 6 pada siswa sekolah menengah pertama, 5 pada siswa sekolah menengah atas, dan 4 pada mahasiswa. Fakta ini mengindikasikan adanya penelitian yang masih terbatas di tingkat *preschool* dalam mengimplementasikan desain pengajaran untuk penalaran. Selain itu, hanya ditemukan 4 artikel yang menggunakan teknologi atau alat digital di lingkungan pembelajarannya. Materi yang paling sering didiskusikan dalam literatur yang ditemukan adalah geometri. Hal ini dikarenakan geometri menjangkau matematika dan sains serta merupakan pusat ilmu disiplin lain seperti fisika, biologi, kimia, geografi, seni, dan arsitektur³⁹. Lebih lanjut, mempelajari geometri dikatakan dapat meningkatkan penalaran siswa secara umum⁴⁰. Meski demikian, siswa-siswa

³⁶ Joan Moss et al., "Adapting Japanese Lesson Study to Enhance the Teaching and Learning of Geometry and Spatial Reasoning in Early Years Classrooms: A Case Study," *ZDM* 47, no. 3 (June 1, 2015): 377-90, <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0679-2>.

³⁷ Sevil Arici and Fatma Aslan-Tutak, "The Effect of Origami-Based Instruction on Spatial Visualization, Geometry Achievement, and Geometric Reasoning," *International Journal of Science and Mathematics Education* 13, no. 1 (February 1, 2015): 179-200, <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9487-8>.

³⁸ Asha K. Jitendra et al., "Effectiveness of Schema-Based Instruction for Improving Seventh-Grade Students' Proportional Reasoning: A Randomized Experiment," *Journal of Research on Educational Effectiveness* 6, no. 2 (April 1, 2013): 114-36, <https://doi.org/10.1080/19345747.2012.725804>.

³⁹ Moss et al., "Adapting Japanese Lesson Study to Enhance the Teaching and Learning of Geometry and Spatial Reasoning in Early Years Classrooms."

⁴⁰ Nur Siregar, Roslinda Rosli, and Siti Maat, "The Effects of a Discovery Learning Module on Geometry for Improving Students' Mathematical Reasoning Skills, Communication and Self-

menghadapi masalah serius pada konsep geometri, seperti mengingat dan memanipulasi penalaran spasial geometri yang tidak relevan ⁴¹. Soal-soal pada materi geometri sering kali melibatkan ilustrasi dan diagram. Siswa yang kesulitan dalam memvisualisasikan masalah dari soal tentu akan mengalami kesulitan dalam menjawab pertanyaan.

Tabel 2. Desain Pengajaran

No	Goal	Claim	Theoretical Argument
1	Covariational reasoning	Adaptive instruction strategies	RME
2	Logical reasoning	Use of digital tool (learning app)	ZPD
3	Reasoning	Van Hiele's teaching model	ZPD
4	Pedagogical reasoning	Doing math with mathematicians	RME
5	Spatial reasoning	Technology Enhanced Learning Environment (TELE)	ZPD
6	Proportional reasoning	Schema-Based Instruction (SBI)	ZPD
7	Visuospatial reasoning	Hybrid Learning Model	ZPD & RME
8	Multiplicative reasoning	Please Go Bring Me-Conceptual Model-based Problem Solving (PGBM-COMPS)	ZPD & RME
9	Mathematical reasoning	ECIRR Learning Model	ZPD
10	Reasoning	5E Instructional Model	ZPD
11	Mathematical reasoning	Problem-based Learning Model	ZPD
12	Reasoning	Concept Map Learning Model	ZPD
13	Algebraic reasoning	Learning Environment with Balance Model	ZPD
14	Proportional reasoning	Structured mathematics	ZPD
15	Conceptual reasoning	Spiral Teaching Sequence and concept maps	ZPD
16	Covariational reasoning	Model development sequence	ZPD

Confidence," *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research* 19 (March 30, 2020): 214–28, <https://doi.org/10.26803/ijlter.19.3.12>.

⁴¹ Zwelithini Bongani Dhlamini et al., "Exploring Grade Nine Geometry Spatial Mathematical Reasoning in the South African Annual National Assessment," *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education* 15, no. 11 (May 23, 2019): em1772, <https://doi.org/10.29333/ejmste/105481>.

No	Goal	Claim	Theoretical Argument
17	Reasoning	Two Instructional Methods (Montessori Didactic and Direct Instructional Methods)	TDS
18	Mathematical reasoning	Formative rubric	ZPD
19	Quantitative reasoning	project-based learning	ZPD
20	Reasoning	guided discovery instruction	ZPD
21	Geometry reasoning	Polya Questioning Instruction	ZPD
22	Geometry and Spatial reasoning	Japanese Lesson Study	ZPD
23	Geometric reasoning	Origami-Based Instruction	ZPD
24	Proportional reasoning	Schema-Based Instruction (SBI)	ZPD

Terdapat beberapa jenis penalaran yang didiskusikan dalam artikel-artikel tersebut, seperti disajikan pada Tabel 2. Jenis penalaran matematis dapat dikategorikan menjadi dua jenis yaitu penalaran matematis dalam pandangan domain umum (*domain-general view*), yaitu penalaran yang tidak terkait dengan domain matematika tertentu, dan penalaran matematis dalam pandangan domain spesifik (*domain-specific view*), yaitu penalaran terkait dengan suatu domain matematika ⁴². Penalaran matematis dalam pandangan domain umum antara lain definisi dan pernyataan eksplanatori, penalaran kreatif dan imitatif, taksonomi SOLO, serta interaksionisme hierarki. Sedangkan penalaran matematis dalam pandangan domain spesifik antara lain penalaran spasial; penalaran inferensial informal; penalaran penjumlahan, perkalian, dan distributif; penalaran aljabar, penalaran proporsional dan kovariasional; penalaran kuantitatif; dan penalaran transformasional. Dengan menggunakan pengkategorian ini, penalaran yang sering digunakan dalam penelitian desain pengajaran adalah penalaran matematis dalam domain spesifik.

Secara keseluruhan penalaran matematis dalam domain spesifik lebih dominan, tetapi secara terpisah, penalaran matematis yang bersifat umum, dalam hal ini adalah penalaran yang didefinisikan dan dinyatakan dalam pernyataan-pernyataan, merupakan penalaran yang sering muncul, kemudian

⁴² Alexandra Hjelte, Maike Schindler, and Per Nilsson, "Kinds of Mathematical Reasoning Addressed in Empirical Research in Mathematics Education: A Systematic Review," *Education Sciences* 10, no. 10 (October 2020): 289, <https://doi.org/10.3390/educsci10100289>.

diikuti penalaran proporsional dan geometri. Penalaran matematis dalam bentuk definisi disajikan untuk memberikan pemahaman kepada pembaca tentang bagaimana peneliti memandang penalaran. Artikel yang menggunakan jenis penalaran ini biasanya menghubungkan penalaran dengan aktivitas seperti membuat dan menarik kesimpulan, menjustifikasi, dan pemecahan masalah⁴³. Di antara 24 artikel yang dianalisis, terdapat artikel⁴⁴⁴⁵ yang secara jelas menambahkan definisi dan pernyataan eksplanatori. Dalam penelitian Uyen⁴⁶, definisi penalaran matematis yaitu proses membentuk dan memahami ide dan konsep matematis yang berhubungan dengan ketersediaan premis-premis untuk membuat penekanan dan menuntun ke kesimpulan⁴⁷⁴⁸. Penalaran matematis ini tidak terbatas pada domain matematika tertentu, sehingga dipakai secara luas dalam penelitian matematika. Pentingnya penalaran matematis perlu ditekankan untuk memastikan siswa memahami konsep dan keterampilan matematika⁴⁹.

Penalaran proporsional adalah terbanyak kedua yang dipakai dalam penelitian desain pengajaran. Penalaran proporsional adalah cara berpikir yang kompleks dan pengembangannya melibatkan pemahaman yang banyak, termasuk mengerti struktur dasar dari perkalian dan pembagian pada bilangan cacah, memahami rasio sebagai perbandingan perkalian dan mengubah satuan, membuat koneksi antara rasio dan pecahan, serta memahami pengukuran dan persentase⁵⁰. Dalam kajian teori, penalaran proporsional memiliki makna *co-variation* dan mampu membuat perbandingan antara jumlah⁵¹. Dengan demikian, penalaran proporsional erat kaitannya dengan penalaran kovariasional. Tidak heran, Penalaran

⁴³ Uyen et al., "Impulsing the Development of Students' Competency Related to Mathematical Thinking and Reasoning through Teaching Straight-Line Equations."

⁴⁴ Khotimah, Sari, and Masduki, "The Effect of Concept Map Learning Model on Student's Reasoning."

⁴⁵ Uyen et al., "Impulsing the Development of Students' Competency Related to Mathematical Thinking and Reasoning through Teaching Straight-Line Equations."

⁴⁶ Ibid.

⁴⁷ S. Mukono, "Grade 11 Mathematics Learner's Concept Images and Mathematical Reasoning on Transformations of Functions," 2015, <https://www.semanticscholar.org/paper/Grade-11-mathematics-learner%27s-concept-images-and-Mukono/e132e3613d43c91e6f2e15406032296c542fdbb4>.

⁴⁸ Jeinne Mumu and Benidiktus Tanujaya, "Measure Reasoning Skill of Mathematics Students," *International Journal of Higher Education* 8 (September 27, 2019): 85, <https://doi.org/10.5430/ijhe.v8n6p85>.

⁴⁹ Smit et al., "Effects of a Rubric for Mathematical Reasoning on Teaching and Learning in Primary School."

⁵⁰ Keiko Hino and Hisae Kato, "Teaching Whole-Number Multiplication to Promote Children's Proportional Reasoning: A Practice-Based Perspective from Japan," *ZDM* 51, no. 1 (April 1, 2019): 125-37, <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0993-6>.

⁵¹ Hilton and Hilton, "Primary School Teachers Implementing Structured Mathematics Interventions to Promote Their Mathematics Knowledge for Teaching Proportional Reasoning."

proporsional dan kovariasional sebagai satu pasang⁵². Penalaran proporsional adalah keterampilan yang penting untuk memahami matematika yang lebih tinggi karena menyediakan jembatan antara aritmetika konkrit dan simbol aljabar⁵³.

Penalaran terbanyak ketiga adalah penalaran geometris. Model penalaran geometris fokus pada dimensi kognitif dalam pembelajaran geometri⁵⁴. Terdapat tiga jenis proses kognitif, yaitu visualisasi, konstruksi, dan penalaran, yang menjadi bagian pemikiran geometri. Sedangkan, Smith menjelaskan penalaran geometris tersusun dari membuktikan, menjustifikasi, dan argumentasi⁵⁵. Padahal kerangka ini bisa berlaku tidak hanya pada domain geometri. Penalaran geometris dikaitkan dengan penalaran spasial⁵⁶. Hjelte menyamakan penalaran spasial dan geometris sebagai jenis yang sama. Mereka mendefinisikan penalaran ini sebagai pemahaman dan penjelasan apa yang terjadi ketika bekerja dengan tugas geometri, menggunakan entitas hubungan subjek yang berbeda seperti objek geometri, diagram, alat ukur, atau bahkan gestur. Mereka melaporkan beberapa penelitian mencoba untuk melihat bagaimana siswa memaknai representasi objek 2D atau 3D. Bahkan, artikel Arici dan Aslan-Tutak menginvestigasi keefektifan pengajaran berbasis origami pada pencapaian dan penalaran geometris/visualisasi visual. Penalaran spasial dianggap penting sebagai kemampuan dasar yang tidak hanya menjamin kesuksesan di bidang matematika, tetapi juga dalam Science, Technology, and Engineering (STEM)⁵⁷.

Secara umum, kemampuan penalaran antara anak berusia 5 hingga 10 tahun adalah prediktor pencapaian ilmu yang lebih kuat dibanding kemampuan penalaran di usia lain⁵⁸. Penalaran yang secara khusus dikaitkan dengan pembelajaran anak (4-11 tahun) pada artikel yang ditemukan adalah

⁵² Hjelte, Schindler, and Nilsson, "Kinds of Mathematical Reasoning Addressed in Empirical Research in Mathematics Education."

⁵³ Jitendra et al., "Effectiveness of Schema-Based Instruction for Improving Seventh-Grade Students' Proportional Reasoning."

⁵⁴ Rina Hershkowitz et al., "Reasoning in Geometry," in *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century: An ICMI Study*, ed. Carmelo Mammana and Vinicio Villani, New ICMI Study Series (Dordrecht: Springer Netherlands, 1998), 29–83, https://doi.org/10.1007/978-94-011-5226-6_3.

⁵⁵ Arici and Aslan-Tutak, "The Effect of Origami-Based Instruction on Spatial Visualization, Geometry Achievement, and Geometric Reasoning."

⁵⁶ Moss et al., "Adapting Japanese Lesson Study to Enhance the Teaching and Learning of Geometry and Spatial Reasoning in Early Years Classrooms."

⁵⁷ Ibid.

⁵⁸ Chloé Beatty and Suzanne M. Egan, "The Role of Screen Time and Screen Activity in the Nonverbal Reasoning of 5-Year-Olds: Cross-Sectional Findings from a Large Birth Cohort Study," *Cyberpsychology, Behavior and Social Networking* 23, no. 6 (June 2020): 406–11, <https://doi.org/10.1089/cyber.2019.0420>.

penalaran logis⁵⁹ dan penalaran aljabar⁶⁰. Penalaran logis pada anak-anak dipercaya merupakan hal penting untuk kesuksesan di masa sekolah yang akan datang, khususnya di bidang Matematika dan STEM⁶¹. Belajar untuk bernalar secara aljabar berarti belajar untuk membuat generalisasi pada basis *instantiasi* (representasi ide dalam bentuk contoh) dari ide matematis tertentu, seperti halnya membangun, menjustifikasi, dan mengekspresikan konjektur tentang struktur dan hubungan matematis⁶². Penalaran aljabar muncul karena adanya pengembangan *early algebra* untuk anak-anak. Istilah *early algebra* sebagai sebuah pendekatan untuk mengedukasi siswa sekolah dasar dalam memperkuat kebiasaan pikiran yang fokus pada struktur matematika lebih mendalam⁶³. Seperti halnya penalaran logis, penalaran aljabar juga terbukti banyak memberikan manfaat untuk mengenalkan konsep aljabar pada anak dan menjadi salah satu indikator kesuksesan di masa mendatang, khususnya penalaran aljabar ini menjadi alat penting untuk mengembangkan penalaran matematis anak pada umumnya⁶⁴.

Dalam mencapai *goals*, ada beberapa perlakuan atau intervensi yang diterapkan baik itu berupa model pembelajaran, pengajaran, maupun media ajar.

a) Intervensi Model Pembelajaran

Terdapat berbagai model pembelajaran yang dapat diterapkan untuk meningkatkan ataupun mempengaruhi kemampuan penalaran siswa. Berdasarkan hasil analisa yang telah dilakukan, terdapat model pembelajaran pertama yaitu *Adaptive Instruction Strategies*, model pembelajaran ini menggunakan permainan *semiotic* yang mampu mendorong berjalannya diskusi di kelas dan membuatnya mengalir, mampu mengeksplorasi tindakan dan pemikiran siswa melalui pendekatan investigasi, serta mampu menarik perhatian siswa pada informasi yang diberikan oleh berbagai artefak.

Selanjutnya adalah Model Van Hiele, dengan model Van Hiele, akan mampu menciptakan kondisi bagi siswa untuk secara berurutan melakukan proses-proses yang diperlukan untuk melatih kemampuan berpikir dan bernalar secara matematis. Suasana belajar kelompok dilakukan, sehingga

⁵⁹ Larkin et al., "The Design and Use of a Digital Tool to Support the Development of Preschool Children's Logical Reasoning."

⁶⁰ Otten et al., "Are Physical Experiences with the Balance Model Beneficial for Students' Algebraic Reasoning?"

⁶¹ Larkin et al., "The Design and Use of a Digital Tool to Support the Development of Preschool Children's Logical Reasoning."

⁶² Otten et al., "Are Physical Experiences with the Balance Model Beneficial for Students' Algebraic Reasoning?"

⁶³ Charles Hohensee, "Preparing Elementary Prospective Teachers to Teach Early Algebra," *Journal of Mathematics Teacher Education* 20, no. 3 (June 1, 2017): 231-57, <https://doi.org/10.1007/s10857-015-9324-9>.

⁶⁴ Otten et al., "Are Physical Experiences with the Balance Model Beneficial for Students' Algebraic Reasoning?"

turut meningkatkan kemampuan berpikir dan bernalar matematis siswa dengan prinsip resonansi dalam berpikir ⁶⁵.

Doing Math With Mathematicians adalah model pembelajaran ketiga, dengan model ini diharapkan kemampuan penalaran pedagogik dapat meningkat sejalan dengan peningkatan keterlibatan matematis yang lebih dalam pada urutan tugas yang dirancang untuk siswa, sehingga mendukung keterlibatan yang lebih dalam pula pada penalaran matematis siswa ⁶⁶. Berikutnya adalah model pembelajaran Hybrid, dalam penerapan model ini siswa dapat mengikuti pembelajaran tanpa dibatasi ruang dan waktu, serta siswa juga dapat menggunakan beberapa media yang terpasang di komputernya kapan saja, untuk meningkatkan kemampuan visuospatialnya ⁶⁷.

Selain itu, juga terdapat model *Please Go Bring Me-Conceptual Model-based Problem Solving (PGBM-COMPS)* yang merupakan model pembelajaran dengan menerapkan platform permainan *PGBM* dan instruksi berbasis model *COMPS*, yang berjalan secara beriringan dalam memfasilitasi pembangunan konsep dan keterampilan pemecahan masalah pada siswa ⁶⁸. Model keenam yang dapat diterapkan yaitu *ECIRR (Elicit, Confront, Identify, Resolve, Reinforce)*, penerapan model ini akan melibatkan siswa untuk menciptakan pemahaman tentang diri sendiri dan mendukung peningkatan kemampuan penalaran matematisnya ⁶⁹.

Selanjutnya model *Problem-based Learning*, dengan diterapkannya model ini dapat mengorientasikan siswa pada masalah, mampu mengorganisasikan siswa untuk belajar, membimbing individu dan kelompok investigasi, mengembangkan dan menyajikan karya, serta menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah ⁷⁰. *Concept Map Learning*, pembelajaran dengan peta konsep merupakan model pembelajaran berikutnya yang dapat membantu siswa untuk memiliki pemahaman konsep yang lebih dalam, meningkatkan keterampilan sains mereka, dan membuat pembelajaran yang lebih bermakna ⁷¹.

⁶⁵ Uyen et al., "Impulsing the Development of Students' Competency Related to Mathematical Thinking and Reasoning through Teaching Straight-Line Equations."

⁶⁶ Andrews-Larson et al., "Doing Math with Mathematicians to Support Pedagogical Reasoning About Inquiry-Oriented Instruction."

⁶⁷ Zahari, Kusumah, and Darhim, "Enhanced Visuospatial Reasoning of Students with Hybrid Learning Model."

⁶⁸ Xin et al., "The Impact of a Conceptual Model-Based Mathematics Computer Tutor on Multiplicative Reasoning and Problem-Solving of Students with Learning Disabilities."

⁶⁹ Pahrudin et al., "The Effects of the ECIRR Learning Model on Mathematical Reasoning Ability in the Curriculum Perspective 2013."

⁷⁰ Andalia, Usman, and Subianto, "The Application Of Problem-Based Learning Model To Improve Students' Mathematical Reasoning Skills."

⁷¹ Khotimah, Sari, and Masduki, "The Effect of Concept Map Learning Model on Student's Reasoning."

Selain itu, model pembelajaran *Learning Environment with Balance Model* juga dapat diterapkan pada pembelajaran, dengan model ini membantu siswa dalam memahami situasi masalah, sehingga dapat meningkatkan kemampuan siswa untuk bernalar dengan menggabungkan informasi⁷². Untuk model kesepuluh yaitu *Structured Mathematics*, model matematika terstruktur dimaksudkan untuk meningkatkan konsep dan bahasa matematika siswa, hal ini dilakukan dengan menggunakan gambar sebagai petunjuk diskusi untuk meningkatkan bahasa matematika dan pengembangan konseptual di seluruh aspek penalaran proporsional, serta menggunakan beberapa strategi untuk mengembangkan pemikiran fraksional, dan selanjutnya mengembangkan pemikiran relative dengan penggunaan beberapa representasi dalam beberapa mode⁷³.

Model pembelajaran berikutnya yaitu *Development Sequence* atau urutan pengembangan model, pembelajaran dengan model ini bertujuan untuk mendukung kemampuan calon guru untuk bernalar secara kovarian. Ketika mengkarakterisasi penalaran kovarian, cara siswa memahami kuantitas sebagai variabel dalam situasi kovarian harus difokuskan terlebih dahulu, kemudian ditentukan bahwa seseorang dapat memahami kuantitas yang terlibat dalam situasi yang saling berpasangan dalam tiga cara berbeda; (i) berpikir dengan variabel primer, (ii) berpikir dengan variabel sekunder, dan (iii) berpikir dengan membalik peran variabel independen dan dependen⁷⁴. *Project-based Learning*, menjadi model pembelajaran berikutnya yang penerapannya pada pembelajaran berbasis proyek dengan harapan dapat memotivasi siswa yang sebelumnya enggan untuk terlibat dengan matematika melalui penalaran kuantitatif terkait dengan pekerjaan proyek. Dan yang terakhir yaitu *Japanese Lesson Study*, adaptasi dari model ini yang terkait dalam pembelajaran matematika, diterapkan dalam merancang dan melakukan wawancara klinis, pelajaran dan kegiatan eksplorasi, dan penciptaan sumber daya untuk mendukung penalaran spasial⁷⁵.

b) Intervensi Instruksi Pembelajaran

Schema-Based Instruction (SBI) dalam artikel ini, terdapat dua tipe pelaksanaan SBI untuk meningkatkan kemampuan penalaran proporsional siswa, yaitu yang pertama dengan dialog interaktif yang didukung dalam

⁷² Otten et al., "Are Physical Experiences with the Balance Model Beneficial for Students' Algebraic Reasoning?"

⁷³ Hilton and Hilton, "Primary School Teachers Implementing Structured Mathematics Interventions to Promote Their Mathematics Knowledge for Teaching Proportional Reasoning."

⁷⁴ Kertil, Erbas, and Cetinkaya, "Developing Prospective Teachers' Covariational Reasoning Through a Model Development Sequence."

⁷⁵ Moss et al., "Adapting Japanese Lesson Study to Enhance the Teaching and Learning of Geometry and Spatial Reasoning in Early Years Classrooms."

pengaturan seluruh kelas diikuti oleh kelompok kecil atau kerja mitra dengan strategi *Think-Plan-Share*⁷⁶ dan strukturisasi dasar masalah matematika, penggunaan representasi visual, instruksi eksplisit dalam pengajaran heuristik, dan penekanan⁷⁷.

5E *Instructional Model* atau model instruksi 5E digunakan untuk meningkatkan kemampuan penalaran siswa⁷⁸, penerapan model ini dilakukan dengan lima tahapan instruksi yaitu *Engagement, Exploration, Explanation, Elaboration*, dan *Evaluation*. *Spiral Teaching Sequence and Concept Maps*, intervensi pembelajaran jenis ini menggunakan empat macam instruksi, berupa (1) pratinjau materi, (2) peta konsep, (3) pertanyaan konseptual, dan (4) ulasan penyelesaian masalah, instruksi yang digunakan ini dapat membantu siswa secara bertahap untuk memahami konsepsi ilmiah yang abstrak dan berlawanan dengan intuisi⁷⁹. *Two Instructional Model (Montessori Didactic and Direct Instructional Methods)* model Montessori didaktik dan instruksi langsung dapat diterapkan dalam peningkatan kemampuan penalaran siswa. Sebagaimana temuan Adeniyi dan Kuku bahwa dua instruksional model ini sangat efektif karena dapat mendorong siswa untuk berpartisipasi secara aktif dalam proses pembelajaran berupa pengarahan diri dan kemandirian, dengan tidak memperdulikan perbedaan gender, intelektual, dan ekonomi⁸⁰.

Guided Discovery Instruction atau instruksi pembelajaran terbimbing dapat diterapkan dalam meningkatkan kemampuan penalaran strategi siswa, hal ini dikarenakan instruksi *Guided Discovery* ini dapat membantu siswa dalam belajar dan menggeneralisasi⁸¹. *Polya Questioning Instruction*, siswa yang menerima instruksi pertanyaan Polya memiliki lebih banyak kesempatan untuk memecahkan masalah mereka sendiri dan karena itu menunjukkan kemauan yang lebih kuat untuk berpartisipasi dalam pelajaran, ini juga membantu mereka yang memiliki pengetahuan awal yang tinggi untuk mengembangkan pemahaman mereka lebih efektif daripada mereka yang memiliki pengetahuan awal yang rendah, alasan lain mungkin karena siswa

⁷⁶ Asha K. Jitendra, Michael R. Harwell, and Soo-hyun Im, "Sustainability of a Teacher Professional Development Program on Students' Proportional Reasoning Skills," *The Journal of Experimental Education* 89, no. 1 (July 15, 2022): 1-20, <https://doi.org/10.1080/00220973.2022.2092832>.

⁷⁷ Jitendra et al., "Effectiveness of Schema-Based Instruction for Improving Seventh-Grade Students' Proportional Reasoning."

⁷⁸ Siwawetkul and Koraneekij, "Effect of 5e Instructional Model on Mobile Technology to Enhance Reasoning Ability of Lower Primary School Students."

⁷⁹ Chen, Chang, and Lin, "Spiral Teaching Sequence and Concept Maps for Facilitating Conceptual Reasoning of Acceleration."

⁸⁰ Adeniyi and Kuku, "Effectiveness of Two Instructional Methods on Reasoning Ability of Children with Hearing Impairment in Nigeria."

⁸¹ Baroody et al., "The Impact of Highly and Minimally Guided Discovery Instruction on Promoting the Learning of Reasoning Strategies for Basic Add-1 and Doubles Combinations."

dengan pengetahuan awal yang tinggi lebih percaya diri dalam pemecahan masalah matematika⁸². Instruksi terakhir yang dapat digunakan untuk membantu meningkatkan penalaran geometris siswa adalah *Origami-based Instruction*. Instruksi pembelajaran berbasis origami dapat digunakan untuk meningkatkan kemampuan penalaran geometri siswa dikarenakan, dengan menggunakan metode pembelajaran berbasis origami, dapat membantu siswa agar lebih mudah dalam melihat hubungan antar pernyataan geometris⁸³.

c) Intervensi Media atau Bahan Ajar

Digital tool (learning app) pengembangan dan penggunaan aplikasi pembelajaran konseptual, serta aktivitas yang menyertainya diharapkan dapat membantu pengembangan penalaran logis dengan mempromosikan pembelajaran keterampilan *debugging, decoding, conditional, dan encoding*⁸⁴. *Technology Enhanced Learning Environment (TELE)*, integrasi teknologi ke dalam ruang kelas kontemporer semakin lazim dan memungkinkan siswa untuk mengeksplorasi berbagai konsep interdisipliner dan keterampilan penalaran spasial, dengan diterapkannya media berupa teknologi yang terintegrasi ke dalam kelas ini diharapkan mampu meningkatkan kemampuan penalaran spasial siswa dengan mengembangkan keterampilan berpikir komputasi, melalui mengidentifikasi pola, mengabstraksi bagian-bagian yang tidak penting, membuat algoritma, melakukan simulasi dan mengevaluasi efisiensi hasil⁸⁵.

Formative Rubric berdasarkan analisis, yaitu adanya intervensi berupa rubrik formatif ternyata tidak menunjukkan adanya efek secara langsung dari rubrik terhadap kompetensi penalaran siswa. Namun, ada korelasi yang signifikan antara *self-efficacy* dan kompetensi penalaran, karena dengan rubrik formatif siswa akan diberikan kesempatan untuk mengetahui dan mengukur sendiri kemampuannya⁸⁶.

Berdasarkan argumen yang mendukung desain pengajaran, *Zone of Proximal Development (ZPD)* merupakan argumen yang paling banyak muncul yaitu 20 dari 24 artikel. Vygotsky mendefinisikan ZPD sebagai jarak antara tingkat perkembangan aktual sebagaimana ditentukan oleh pemecahan masalah secara mandiri dan tingkat perkembangan potensial sebagaimana

⁸² Lee and Chen, "Effects of Polya Questioning Instruction for Geometry Reasoning in Junior High School."

⁸³ Arıcı and Aslan-Tutak, "The Effect of Origami-Based Instruction on Spatial Visualization, Geometry Achievement, and Geometric Reasoning."

⁸⁴ Larkin et al., "The Design and Use of a Digital Tool to Support the Development of Preschool Children's Logical Reasoning."

⁸⁵ Fowler et al., "Technology Enhanced Learning Environments and the Potential for Enhancing Spatial Reasoning."

⁸⁶ Smit et al., "Effects of a Rubric for Mathematical Reasoning on Teaching and Learning in Primary School."

ditentukan melalui pemecahan masalah di bawah bimbingan orang dewasa atau kerjasama antar teman sebaya yang lebih mampu⁸⁷. Hasil penelitian Pahrudin et al. menunjukkan kemampuan penalaran salah satunya dipengaruhi oleh penggunaan model ECIRR (*Elicit, Confront, Identify, Resolve, Reinforce*) yang digunakan oleh guru dalam pembelajaran⁸⁸. Kemampuan penalaran matematis siswa tersebut meningkat melalui model *Problem-based learning*⁸⁹.

Selanjutnya, argumen lain yang digunakan dalam desain pengajaran adalah *Realistic Mathematics Education* (RME). RME adalah teori pengajaran khusus dalam matematika yang dikembangkan di Belanda. Karakteristik dari RME yaitu situasi “realistis” diberikan dalam proses pembelajaran. Situasi tersebut berfungsi sebagai sumber untuk memulai pengembangan konsep dan prosedur serta konteks dimana siswa pada tahap selanjutnya dapat menerapkan pengetahuan matematikanya⁹⁰. Hasil penelitian Swidan et al. menunjukkan bahwa strategi utama yang digunakan oleh guru dalam pembelajaran mendukung siswa untuk mencapai tingkat *covariational reasoning* yang berbeda⁹¹.

Selain ZPD dan RME, argumen yang juga mendukung desain pengajaran adalah *Theory of Didactical Situation* (TDS). TDS dalam pembelajaran matematika terdiri dari situasi aksi, situasi formulasi, situasi validasi dan institusionalisasi⁹². Hasil penelitian Adeniyi dan Kuku menemukan bahwa bahan didaktik montessori dan metode instruksi langsung efektif dalam mengajar siswa tunarungu⁹³. Metode montessori direkomendasikan untuk digunakan dalam pengajaran siswa sekolah dasar karena dapat mendorong partisipasi aktif berupa pengarahan diri sendiri dan kemandirian tanpa mengabaikan perbedaan gender, intelektual dan ekonomi.

⁸⁷ Karim Shabani, Khatib Mohammad, and Saman Ebadi, “Vygotsky’s Zone of Proximal Development: Instructional Implications and Teachers’ Professional Development,” *English Language Teaching* 3 (November 16, 2010), <https://doi.org/10.5539/elt.v3n4p237>.

⁸⁸ Pahrudin et al., “The Effects of the ECIRR Learning Model on Mathematical Reasoning Ability in the Curriculum Perspective 2013.”

⁸⁹ Andalia, Usman, and Subianto, “The Application Of Problem-Based Learning Model To Improve Students’ Mathematical Reasoning Skills.”

⁹⁰ Stephen Lerman, ed., *Encyclopedia of Mathematics Education* (Cham: Springer International Publishing, 2020), <https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0>.

⁹¹ Swidan et al., “Adaptive Instruction Strategies to Foster Covariational Reasoning in a Digitally Rich Environment.”

⁹² Guy Brousseau, *Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique Des Mathématiques, 1970–1990* (Springer Science & Business Media, 2006).

⁹³ Adeniyi and Kuku, “Effectiveness of Two Instructional Methods on Reasoning Ability of Children with Hearing Impairment in Nigeria.”

Kesimpulan

Hampir semua artikel bertujuan untuk meningkatkan penalaran matematis yang diinginkan dengan menyajikan beberapa desain pengajaran. Hasil analisis menunjukkan berbagai macam penalaran matematis yang dibahas, yaitu penalaran matematis secara umum (jenis penalaran yang paling umum dan banyak dibahas), penalaran kovariasional, penalaran logis, penalaran pedagogik, penalaran spasial, penalaran proporsional, penalaran visuospasial, penalaran perkalian, penalaran aljabar, penalaran konseptual, penalaran kuantitatif, dan penalaran geometri.

Beberapa intervensi yang diterapkan berupa model pembelajaran, instruksi, maupun media ajar. Intervensi yang berupa model pembelajaran antara lain *Adaptive Instruction Strategies*, Model van Hiele, *Doing Math With Mathematicians*, pembelajaran Hybrid, *Please Go Bring Me-Conceptual Model-based Problem Solving (PGBM-COMPS)*, ECIRR (*Elicit, Confront, Identify, Resolve, Reinforce*), *Problem-Based Learning*, *Concept Map Learning*, *Learning Environment with Balance Model*, *Structured Mathematics*, *Development Sequence*, *Project-Based Learning*, dan *Japanesse Lesson Study*. Sementara itu, intervensi yang berupa instruksi pembelajaran adalah *Schema Based Instruction*, *5E Instructional Model*, *Spiral Teaching Sequence and Concept Maps*, *Montessori Didactic and Direct Instructional Methods*, *Guided Discovery Instruction*, *Polya Questioning Instruction*, dan *Origami Based Instruction*. Terakhir, intervensi dalam bentuk media pembelajaran, yaitu *Technology Enhanced Learning Environment (TELE)*. Argumen yang sering dipakai dalam penelitian-penelitian terkait desain pengajaran dalam penalaran matematis adalah *Zone of Proximal Development (ZPD)*, diikuti *Realistic Mathematics Education (RME)*, dan terakhir *Theory of Didactical Situation*.

Berdasarkan hal tersebut, hasil penelitian ini diharapkan dapat membantu para pendidik untuk menentukan desain pengajaran yang tepat agar pembelajaran matematika dapat berlangsung secara optimal.

Daftar Pustaka

- Adeniyi, Samuel, and Olaotan Kuku. "Effectiveness of Two Instructional Methods on Reasoning Ability of Children with Hearing Impairment in Nigeria." *Specijalna Edukacija i Rehabilitacija* 17, no. 4 (2018): 395–417. <https://doi.org/10.5937/specedreh17-18600>.
- Andalia, Linda, Usman, and M. Subianto. "The Application Of Problem-Based Learning Model To Improve Students' Mathematical Reasoning Skills." *International Journal of Scientific & Technology Research*, March 25, 2020, 3532–36. <https://www.semanticscholar.org/paper/The-Application-Of-Problem-Based-Learning-Model-To-Andalia-Usman/b90628f69d6abefcaf0dc415874bb5bc10b23896>.

- Andrews-Larson, Christine, Estrella Johnson, Valerie Peterson, and Rachel Keller. "Doing Math with Mathematicians to Support Pedagogical Reasoning About Inquiry-Oriented Instruction." *Journal of Mathematics Teacher Education* 24, no. 2 (April 1, 2021): 127–54. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09450-3>.
- Apriyani, Dwi Dani, and Erlando Doni Sirait. "Pengaruh Kecerdasan Numerik Dan Minat Belajar Terhadap Kemampuan Penalaran Matematika." *Simposium Nasional Ilmiah & Call for Paper Unindra (Simponi)* 1, no. 1 (2019). <https://doi.org/10.30998/simponi.v0i0.246>.
- Arıcı, Sevil, and Fatma Aslan-Tutak. "The Effect of Origami-Based Instruction on Spatial Visualization, Geometry Achievement, and Geometric Reasoning." *International Journal of Science and Mathematics Education* 13, no. 1 (February 1, 2015): 179–200. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9487-8>.
- Baroody, Arthur J., David J. Purpura, Michael D. Eiland, and Erin E. Reid. "The Impact of Highly and Minimally Guided Discovery Instruction on Promoting the Learning of Reasoning Strategies for Basic Add-1 and Doubles Combinations." *Early Childhood Research Quarterly* 30 (January 1, 2015): 93–105. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2014.09.003>.
- Battista, Michael T. "Shape Makers." *Computers in the Schools* 17, no. 1–2 (May 31, 2001): 105–20. https://doi.org/10.1300/J025v17n01_09.
- Beatty, Chloé, and Suzanne M. Egan. "The Role of Screen Time and Screen Activity in the Nonverbal Reasoning of 5-Year-Olds: Cross-Sectional Findings from a Large Birth Cohort Study." *Cyberpsychology, Behavior and Social Networking* 23, no. 6 (June 2020): 406–11. <https://doi.org/10.1089/cyber.2019.0420>.
- Brousseau, Guy. *Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique Des Mathématiques, 1970–1990*. Springer Science & Business Media, 2006.
- Chen, Chengyuan, Wheijen Chang, and Shihyin Lin. "Spiral Teaching Sequence and Concept Maps for Facilitating Conceptual Reasoning of Acceleration," August 2019, 1–17. <https://www.proquest.com/docview/2336304821?pq-origsite=primo>.
- Dhlamini, Zwelithini Bongani, Kabelo Chuene, Kwena Masha, and Israel Kibirige. "Exploring Grade Nine Geometry Spatial Mathematical Reasoning in the South African Annual National Assessment." *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education* 15, no. 11 (May 23, 2019): em1772. <https://doi.org/10.29333/ejmste/105481>.
- Fowler, Samuel, Chelsea Cutting, JohnPaul Kennedy, Simon N. Leonard, Florence Gabriel, and Wayne Jaeschke. "Technology Enhanced Learning Environments and the Potential for Enhancing Spatial Reasoning: A Mixed Methods Study." *Mathematics Education Research Journal* 34, no. 4 (December 1, 2022): 887–910. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00368-9>.
- Hershkowitz, Rina, Raymond Duval, Maria G. Bartolini Bussi, Paolo Boero, Richard Lehrer, Thomas Romberg, R. Berthelot, M. H. Salin, and Keith Jones. "Reasoning in Geometry." In *Perspectives on the Teaching of*

Geometry for the 21st Century: An ICMI Study, edited by Carmelo Mammana and Vinicio Villani, 29–83. New ICMI Study Series. Dordrecht: Springer Netherlands, 1998. https://doi.org/10.1007/978-94-011-5226-6_3.

- Hilton, Annette, and Geoff Hilton. "Primary School Teachers Implementing Structured Mathematics Interventions to Promote Their Mathematics Knowledge for Teaching Proportional Reasoning." *Journal of Mathematics Teacher Education* 22, no. 6 (December 1, 2019): 545–74. <https://doi.org/10.1007/s10857-018-9405-7>.
- Hino, Keiko, and Hisae Kato. "Teaching Whole-Number Multiplication to Promote Children's Proportional Reasoning: A Practice-Based Perspective from Japan." *ZDM* 51, no. 1 (April 1, 2019): 125–37. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0993-6>.
- Hjelte, Alexandra, Maike Schindler, and Per Nilsson. "Kinds of Mathematical Reasoning Addressed in Empirical Research in Mathematics Education: A Systematic Review." *Education Sciences* 10, no. 10 (October 2020): 289. <https://doi.org/10.3390/educsci10100289>.
- Hohensee, Charles. "Preparing Elementary Prospective Teachers to Teach Early Algebra." *Journal of Mathematics Teacher Education* 20, no. 3 (June 1, 2017): 231–57. <https://doi.org/10.1007/s10857-015-9324-9>.
- Iskandar, Ananda Putri, and Leonard Leonard. "Modifikasi Model Pembelajaran Tipe Numbered Heads Together (NHT) Dengan Strategi Pembelajaran Tugas Dan Paksa Terhadap Kemampuan Penalaran Matematika Siswa." *Jurnal Mercumatika: Jurnal Penelitian Matematika Dan Pendidikan Matematika* 4, no. 1 (2019): 1–13.
- Jitendra, Asha K., Michael R. Harwell, and Soo-hyun Im. "Sustainability of a Teacher Professional Development Program on Students' Proportional Reasoning Skills." *The Journal of Experimental Education* 89, no. 1 (July 15, 2022): 1–20. <https://doi.org/10.1080/00220973.2022.2092832>.
- Jitendra, Asha K., Michael R. Harwell, Stacy R. Karl, Soo-hyun Im, and Susan C. Slater. "Investigating the Generalizability of Schema-Based Instruction Focused on Proportional Reasoning: A Multi-State Study." *The Journal of Experimental Education* 89, no. 4 (October 2, 2021): 587–604. <https://doi.org/10.1080/00220973.2020.1751580>.
- Jitendra, Asha K., Jon R. Star, Danielle N. Dupuis, and Michael C. Rodriguez. "Effectiveness of Schema-Based Instruction for Improving Seventh-Grade Students' Proportional Reasoning: A Randomized Experiment." *Journal of Research on Educational Effectiveness* 6, no. 2 (April 1, 2013): 114–36. <https://doi.org/10.1080/19345747.2012.725804>.
- Johansson, Helena. "Mathematical Reasoning Requirements in Swedish National Physics Tests." *International Journal of Science and Mathematics Education* 14, no. 6 (August 1, 2016): 1133–52. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9636-3>.
- Kaur, Berinderjeet, and Tin Lam Toh. *Reasoning, Communication and Connections in Mathematics: Yearbook 2012, Association of Mathematics Educators*. World Scientific, 2012. <https://doi.org/10.1142/8466>.

- Kertil, Mahmut, Ayhan Kursat Erbas, and Bulent Cetinkaya. "Developing Prospective Teachers' Covariational Reasoning Through a Model Development Sequence." *Mathematical Thinking and Learning* 21, no. 3 (July 3, 2019): 207-33. <https://doi.org/10.1080/10986065.2019.1576001>.
- Khaeroh, Amanatul, Nurul Anriani, and Anwar Mutaqin. "Pengaruh Model Pembelajaran Problem Based Learning terhadap Kemampuan Penalaran Matematis." *TIRTAMATH: Jurnal Penelitian dan Pengajaran Matematika* 2, no. 1 (July 18, 2020): 73-85. <https://doi.org/10.48181/tirtamath.v2i1.8570>.
- Khotimah, Rita, Christina Sari, and Masduki Masduki. "The Effect of Concept Map Learning Model on Student's Reasoning." *Universal Journal of Educational Research* 8 (November 30, 2020): 6139-45. <https://doi.org/10.13189/ujer.2020.082250>.
- Larkin, Kevin, Christina Lommatsch, Ilyse Resnick, and Thomas Lowrie. "The Design and Use of a Digital Tool to Support the Development of Preschool Children's Logical Reasoning." *Journal of Research on Technology in Education* 0, no. 0 (August 2, 2022): 1-14. <https://doi.org/10.1080/15391523.2022.2107590>.
- Lee, Chun-Yi, and Ming-Jang Chen. "Effects of Polya Questioning Instruction for Geometry Reasoning in Junior High School." *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education* 11, no. 6 (September 29, 2015): 1547-61. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1419a>.
- Lerman, Stephen, ed. *Encyclopedia of Mathematics Education*. Cham: Springer International Publishing, 2020. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0>.
- Lester, Frank K. *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics*. IAP, 2007.
- Lithner, Johan. "Principles for Designing Mathematical Tasks That Enhance Imitative and Creative Reasoning." *ZDM* 49, no. 6 (November 1, 2017): 937-49. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0867-3>.
- Maclinton, David, and Dedek Andrian. "Pengembangan Media Pembelajaran Prisma Berbasis Macromedia Flash Dengan Desain Pembelajaran Assure." *INOMATIKA* 4, no. 1 (January 30, 2022): 83-97. <https://doi.org/10.35438/inomatika.v4i1.323>.
- Moher, David, Alessandro Liberati, Jennifer Tetzlaff, Douglas G. Altman, Doug Altman, Gerd Antes, David Atkins, Virginia Barbour, Nick Barrowman, and Jesse A. Berlin. "Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses: The Prisma Statement (Chinese Edition)." *Journal of Chinese Integrative Medicine* 7, no. 9 (2009): 889-96. <https://doi.org/10.3736/jcim20090918>.
- Moss, Joan, Zachary Hawes, Sarah Naqvi, and Beverly Caswell. "Adapting Japanese Lesson Study to Enhance the Teaching and Learning of Geometry and Spatial Reasoning in Early Years Classrooms: A Case Study." *ZDM* 47, no. 3 (June 1, 2015): 377-90. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0679-2>.

- Muir, Tracey, Kim Beswick, Rosemary Callingham, and Katara Jade. "Experiencing Teaching and Learning Quantitative Reasoning in a Project-Based Context." *Mathematics Education Research Journal* 28, no. 4 (December 1, 2016): 479–501. <https://doi.org/10.1007/s13394-016-0176-0>.
- Mukono, S. "Grade 11 Mathematics Learner's Concept Images and Mathematical Reasoning on Transformations of Functions," 2015. <https://www.semanticscholar.org/paper/Grade-11-mathematics-learner%27s-concept-images-and-Mukono/e132e3613d43c91e6f2e15406032296c542fdbb4>.
- Mumu, Jinnie, and Benidiktus Tanujaya. "Measure Reasoning Skill of Mathematics Students." *International Journal of Higher Education* 8 (September 27, 2019): 85. <https://doi.org/10.5430/ijhe.v8n6p85>.
- Munasiah, Munasiah. "Pengaruh Kecemasan Belajar dan Pemahaman Konsep Matematika Siswa terhadap Kemampuan Penalaran Matematika." *Formatif: Jurnal Ilmiah Pendidikan MIPA* 5, no. 3 (February 29, 2016). <https://doi.org/10.30998/formatif.v5i3.649>.
- Nurhayati, Afrizawati, and Yandra Rivaldo. "Pembelajaran Matematika Dengan Pendekatan Investigatif Untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Dan Representasi Matematis Siswa Sekolah Dasar." *Al-Mafahim: Jurnal Pendidikan Guru Madrasah Ibtidaiyah* 4, no. 1 (February 25, 2021): 8–15. <http://ejournal.stit-alkifayahriau.ac.id/index.php/almafahim/article/view/34>.
- Otten, Mara, Marja van den Heuvel-Panhuizen, Michiel Veldhuis, Jan Boom, and Aiso Heinze. "Are Physical Experiences with the Balance Model Beneficial for Students' Algebraic Reasoning? An Evaluation of Two Learning Environments for Linear Equations." *Education Sciences* 10, no. 6 (June 2020): 163. <https://doi.org/10.3390/educsci10060163>.
- Pahrudin, Agus, Nur Ahid, Syamsul Huda, Nita Ardianti, Fredi Ganda Putra, Bambang Sri Anggoro, and Watcharin Joemsittiprasert. "The Effects of the ECIRR Learning Model on Mathematical Reasoning Ability in the Curriculum Perspective 2013: Integration on Student Learning Motivation." *The Effects of the ECIRR Learning Model on Mathematical Reasoning Ability in the Curriculum Perspective 2013: Integration on Student Learning Motivation* 9, no. 2 (March 30, 2020): 675–84. <https://eu-jer.com/the-effects-of-the-ecirr-learning-model-on-mathematical-reasoning-ability-in-the-curriculum-perspective-2013-integration-on-student-learning-motivation.html>.
- Putra, Aan, Hendra Syarifuddin, and Zulfah Zulfah. "Validitas Lembar Kerja Peserta Didik Berbasis Penemuan Terbimbing Dalam Upaya Meningkatkan Pemahaman Konsep Dan Kemampuan Penalaran Matematis." *Edumatika: Jurnal Riset Pendidikan Matematika* 1, no. 2 (December 14, 2018): 56–62. <https://doi.org/10.32939/ejrpm.v1i2.302>.
- Shabani, Karim, Khatib Mohammad, and Saman Ebadi. "Vygotsky's Zone of Proximal Development: Instructional Implications and Teachers'

- Professional Development." *English Language Teaching* 3 (November 16, 2010). <https://doi.org/10.5539/elt.v3n4p237>.
- Sidenvall, Johan. "Literature Review of Mathematics Teaching Design for Problem Solving and Reasoning." *Nordisk Matematikdidaktikk, NOMAD:[Nordic Studies in Mathematics Education]* 24, no. 1 (2019): 51–74.
- Siregar, Nur, Roslinda Rosli, and Siti Maat. "The Effects of a Discovery Learning Module on Geometry for Improving Students' Mathematical Reasoning Skills, Communication and Self-Confidence." *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research* 19 (March 30, 2020): 214–28. <https://doi.org/10.26803/ijlter.19.3.12>.
- Siwawetkul, Weeracha, and Prakob Koraneekij. "Effect of 5e Instructional Model on Mobile Technology to Enhance Reasoning Ability of Lower Primary School Students." *Kasetsart Journal of Social Sciences* 41, no. 1 (2020): 40–45. <https://so04.tcithaijo.org/index.php/kjss/article/view/229138>.
- Smit, Robbert, Patricia Bachmann, Verena Blum, Thomas Birri, and Kurt Hess. "Effects of a Rubric for Mathematical Reasoning on Teaching and Learning in Primary School." *Instructional Science* 45, no. 5 (October 1, 2017): 603–22. <https://doi.org/10.1007/s11251-017-9416-2>.
- Swidan, Osama, Sara Bagossi, Silvia Beltramino, and Ferdinando Arzarello. "Adaptive Instruction Strategies to Foster Covariational Reasoning in a Digitally Rich Environment." *The Journal of Mathematical Behavior* 66 (June 1, 2022): 100961. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.100961>.
- Uyen, Bui, Lu Ngan, Nguyen Thao, and Duong Tong. "Impulsing the Development of Students' Competency Related to Mathematical Thinking and Reasoning through Teaching Straight-Line Equations." *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research* 20 (June 30, 2021): 38–65. <https://doi.org/10.26803/ijlter.20.6.3>.
- Xin, Yan Ping, Joo Young Park, Ron Tzur, and Luo Si. "The Impact of a Conceptual Model-Based Mathematics Computer Tutor on Multiplicative Reasoning and Problem-Solving of Students with Learning Disabilities." *The Journal of Mathematical Behavior* 58 (June 1, 2020): 100762. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100762>.
- Zahari, C. L., Y. Kusumah, and Darhim. "Enhanced Visuospatial Reasoning of Students with Hybrid Learning Model." *International Journal of Scientific & Technology Research* 9, no. 3 (March 2020): 3955–57. <https://www.semanticscholar.org/paper/ENHANCED-VISUOSPATIAL-REASONING-OF-STUDENTS-WITH-Zahari-Kusumah/93fe6768548701f7532ff93cafd9cc94b48d6559>.