

800_artikel awal_Analisis Kemampuan Siswa dalam Pembuktian Kesebangunan Dua Segitiga

by Yayan Eryk Setiawan

Submission date: 02-Apr-2020 11:34PM (UTC+0700)

Submission ID: 1287879272

File name: 800-1767-1-SM_-_Turnitin.docx (215.37K)

Word count: 3593

Character count: 23694

Analisis Kemampuan Siswa SMP dalam Pembuktian Kesebangunan Dua Segitiga

¹Yayan Eryk Setiawan

¹Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Islam Malang
Email: yayaneryksetiawan@unisma.ac.id

Article History:

Accepted: DD-MM-YYYY; Approved: DD-MM-YYYY; Published: DD-MM-YYYY

Abstract

Learning of mathematics in schools is inseparable from proof. One of the proof material at junior high school level is proof of the similarity of two triangles. This study aims to analyze the ability of students in similarity two triangle prove. This research is a qualitative research, the subject of this research is junior high school students. In this study, students' abilities are evaluated from: basic mathematical knowledge, representation of proof, and assumptions used in proof. The results showed that students who were able to prove had basic mathematical knowledge: Pythagorean theorem, algebraic operations, principle of equality, while the representations used were symbolic proof and formal proof, the assumptions used were mathematical and logical. Students who are less able to prove have basic mathematical knowledge: similarity, comparison, principle of equality, while the representation used is visual proof and formal proof, assumptions used mathematically and logically. Students who have not been able to prove that they have basic mathematical knowledge that is wrong or irrelevant in supporting proof, representations are symbolic evidence, but are wrong in algebraic manipulation and informal evidence, students' assumptions are illogical.

Keywords: Proof, Similarity of two triangles.

Abstrak

Pembelajaran matematika di sekolah tidak terlepas dari pembuktian. Salah satu materi pembuktian pada jenjang SMP adalah pembuktian kesebangunan dua segitiga. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kemampuan siswa dalam membuktikan dua kesebangunan segitiga. Penelitian ini adalah penelitian kualitatif, subjek penelitian ini adalah siswa SMP. Dalam penelitian ini kemampuan siswa ditinjau dari: pengetahuan matematis dasar, representasi bukti, serta asumsi yang digunakan dalam pembuktian. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa yang mampu membuktikan memiliki pengetahuan matematis dasar: teorema Pythagoras, operasi aljabar, prinsip kesetaraan, sedangkan representasi yang digunakan adalah bukti simbolis dan bukti formal, asumsi yang digunakan adalah matematis dan logis. Siswa yang kurang mampu membuktikan memiliki pengetahuan matematis dasar: kesebangunan, perbandingan, prinsip kesetaraan, sedangkan representasi yang digunakan adalah bukti visual dan bukti formal, asumsi yang digunakan matematis dan logis. Siswa yang belum mampu membuktikan memiliki pengetahuan matematis dasar yang salah atau tidak relevan dalam mendukung pembuktian, representasi merupakan bukti simbolis, tetapi salah dalam manipulasi aljabar dan bukti tidak formal, asumsi siswa kurang atau tidak logis.

Kata Kunci: Pembuktian, Kesebangunan Dua Segitiga.

Pendahuluan

Pembelajaran matematika di sekolah tidak terlepas dari pembuktian, terutama pada materi geometri. Alasan mengapa pembuktian perlu diajarkan, adalah mengembangkan kapasitas dan disposisi mereka untuk membuat kesimpulan yang diperlukan dari kemungkinan yang diberikan dan sebagai alat yang sangat berharga untuk pemecahan masalah matematis¹. Bukti adalah bagian dari materi pelajaran yang mengikat guru dan siswa, dimana bukti harus diajarkan, dipelajari, diketahui, dan dinilai². Penalaran dan Pembuktian harus menjadi bagian yang konsisten dari pengalaman matematika siswa di sekolah kanak-kanak sampai kelas 12³. Kata pembuktian dalam dokumen NCTM tersebut dikaitkan dengan penalaran, hal ini dikarenakan dalam memberikan bukti siswa melakukan penalaran terlebih dahulu.

Bagaimana dengan pembelajaran matematika di Indonesia? Pembelajaran matematika di Indonesia sudah menerapkan pembuktian pada siswa kelas 9 Sekolah Menengah Pertama terutama materi kesebangunan dan kekongruenan^{4,5}. Hal ini dapat diketahui bahwa guru matematika SMP mengajarkan tentang pembuktian terutama materi kesebangunan dan kekongruenan. Selain itu mengenai pembuktian dapat kita ketahui dari buku-buku matematika yang banyak digunakan di Indonesia, yaitu buku Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan 2006 dan buku Kurikulum 2013.

Pembuktian dalam matematika mengacu pada argumen deduktif. Argumen deduktif yang menunjukkan mengapa suatu pernyataan benar dapat dilakukan dengan menerapkan hasil matematis dan/atau pemahaman yang lain ke dalam struktur matematis yang terbentuk di dalam pernyataan tersebut⁶. Sedangkan Representasi pembuktian bisa berupa tindakan, bukti

¹ Herbst, P. dkk. "Doing Proofs" in Geometry Classrooms. Dalam Despina A. Styliannou, Maria L. Blanton, & Eric J. Knuth (Ed.). *Teaching and Learning Proof Across the Grades A K-16 Perspective*. (hlm. 250-268). London: Routledge taylor & Francis Group. 2009.

² Herbst, P. & Balacheff, N. Proving and Knowing in Public: The Nature of Proof in a Classroom. Dalam Despina A. Styliannou, Maria L. Blanton, & Eric J. Knuth (Ed.). *Teaching and Learning Proof Across the Grades A K-16 Perspective*. (hlm. 40-63). London: Routledge taylor & Francis Group. 2009.

³ NCTM. *Executive Summary Principles and Standards for School Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics. 2000.

⁴ Djumanta, W. & Dwi S. *Belajar Matematika Aktif dan Menyenangkan untuk Kelas IX Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah*. Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional. 2008.

⁵ Subchan, dkk. *Matematika SMP/MTs Kelas IX Semester 1*. Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. 2015.

⁶ Knuth, E. J. Secondary School Mathematics Teachers' Conceptions of Proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, volume 33, no.5, 2002, 379-405.

visual, bukti simbolis dan bukti formal⁷. Berdasarkan pendapat di atas, untuk melakukan pembuktian dalam penelitian ini siswa dapat menerapkan hasil matematis atau pemahaman lain ke dalam struktur pembuktian yang diberikan, sedangkan representasi pembuktian yang diberikan oleh siswa dapat berupa bukti visual, bukti simbolis, dan bukti formal. Representasi bukti visual bisa melibatkan grafik atau gambar, sedangkan bukti simbolis bisa menggunakan manipulasi simbol-simbol aljabar. Representasi bukti secara formal adalah bukti yang bersifat umum (lihat pada Tabel 1). Apabila siswa menggunakan asumsi dasar, maka asumsi dasar dalam pembuktian matematika menggunakan alasan-alasan yang matematis dan logis. Asumsi yang dibuat ada dua jenis: asumsi matematis dan logis. Asumsi matematis adalah definisi dan aksioma, sedangkan asumsi logis adalah aturan inferensi logis yang merupakan bagian dari bukti⁸.

Tabel 1. Bukti Bersifat Umum

Pernyataan	Deskripsi
Bukti bersifat umum	<ol style="list-style-type: none">1. Dapat membuktikan bahwa suatu pernyataan yang diberikan benar untuk setiap kemungkinan, merupakan bukti.2. Pembuktian dapat dilakukan dengan bukti langsung, bukti tidak langsung, bukti visual atau gambar, dimana semua pernyataan atau gambar mengacu kepada kondisi yang diberikan, merupakan bukti.3. Bukti empiris dari satu atau lebih kasus bukan merupakan bukti.4. Memeriksa beberapa kasus kritis tertentu bukan merupakan bukti.

Adaptasi: Mccrone & Tami (2009: 205)

Dari uraian pendapat di atas, pembuktian dalam penelitian ini adalah argumen deduktif yang diberikan oleh siswa dengan menerapkan hasil matematis atau pemahaman yang lain ke dalam struktur matematis yang terbentuk di dalam pernyataan yang dapat direpresentasikan secara visual, simbolis, atau formal secara matematis dan logis. Sesuai dengan hal di atas, kemampuan pembuktian yang akan dianalisis dalam penelitian ini terdiri dari: (1) pemahaman atau pengetahuan matematis yang digunakan, dalam hal ini merupakan pemahaman tentang kesebangunan dan kekongruenan, (2) representasi dari bukti yang diberikan oleh siswa, dimana representasi yang diberikan bisa berupa bukti visual, bukti simbolis, dan bukti secara formal, (3) jika dalam pembuktian menggunakan asumsi, maka asumsi tersebut merupakan asumsi matematis dan logis.

Pembuktian dalam penelitian ini merupakan pembuktian dalam Geometri. Pembuktian dalam geometri secara formal mengikuti aturan

⁷ Tall, D. O. *Cognitive Development, Representations, and Proof*. Makalah ditampilkan dalam konferensi *Justifying and Proving in School Mathematics*, Institute of Education, London, December 1995.

⁸ Ernest, Paul. *The Philosophy of Mathematics Education*. Edition published in the Taylor & Francis Group Routledge Falmer. 1991.

diagram yang terdiri dari dua bagian, yaitu kanan dan kiri. Bagian kiri berisi pernyataan dan bagian kanan berisi alasan-alasan⁹. Pembuktian secara formal dengan menggunakan diagram tersebut jarang dilakukan di sekolah yang menjadi objek penelitian, dimana pengajaran pembuktian tidak menggunakan diagram dua bagian kiri dan kanan, tetapi pembuktian menggunakan pernyataan dan disamping pernyataan tersebut ditulis alasan-alasannya, sehingga pembuktian dilakukan apa adanya¹⁰.

Hasil penelitian terkait dengan pembuktian menunjukkan bahwa 50% dari sebanyak 52 siswa tidak menyukai masalah pembuktian¹¹. Penelitian pembuktian pada bidang geometri khususnya materi kesebangunan dan kekongruenan yang dilakukan terhadap siswa SMP kelas 9 menunjukkan bahwa dari 56 siswa mengerjakan soal pembuktian, terdapat 24 siswa dapat memberikan bukti dengan benar, 5 siswa memberikan bukti kurang lengkap dan 27 siswa memberikan bukti salah¹². Hasil tersebut telah menunjukkan bahwa siswa SMP ada yang sudah mampu melakukan pembuktian, dan belum mampu melakukan pembuktian. Peluang penelitian lanjutan dari hasil penelitian tersebut adalah mengetahui bagaimana kemampuan pembuktian siswa ditinjau dari siswa yang mampu, kurang mampu, dan belum mampu dalam melakukan pembuktian.

Sesuai dengan penelitian lanjutan tersebut, penelitian ini bertujuan untuk mengetahui kemampuan siswa Sekolah Menengah Pertama dalam melakukan pembuktian pada materi geometri. Dengan diketahuinya kemampuan siswa dalam melakukan pembuktian pada materi geometri, diharapkan guru Matematika di Sekolah Menengah Pertama dapat mengajarkan pembuktian di bidang geometri secara bertahap.

Metode

Penelitian ini adalah penelitian kualitatif deskriptif. Subjek penelitian ini terdiri dari 51 siswa Sekolah Menengah Pertama Kelas IX di dua Sekolah

⁹ Hersh, R. What I Would Like My Students to Already Know About Proof. Dalam Despina A. Styliannou, Maria L. Blanton, & Eric J. Knuth (Ed.). *Teaching and Learning Proof Across the Grades A K-16 Perspective*. (hlm. 17-20). London: Routledge taylor & Francis Group. 2009.

¹⁰ Hersh, R. What I Would Like My Students to Already Know About Proof. Dalam Despina A. Styliannou, Maria L. Blanton, & Eric J. Knuth (Ed.). *Teaching and Learning Proof Across the Grades A K-16 Perspective*. (hlm. 17-20). London: Routledge taylor & Francis Group. 2009.

¹¹ Setiawan, Y. E. & Sunardi. *Profil keterampilan Berpikir Kritis Siswa SMP*. Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika dengan Tema "Pengembangan 4C's dalam Pembelajaran Matematika: Sebuah Tantangan dalam Pengembangan Kurikulum Matematika" pada tanggal 28 Mei 2016 yang diselenggarakan oleh Prodi S2-S3 Pendidikan Matematika Pascasarjana Universitas Negeri Malang. Hal. 933-942. 2016.

¹² Setiawan, Y. E. & Sunardi. *Profil keterampilan Berpikir Kritis Siswa SMP*. Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika dengan Tema "Pengembangan 4C's dalam Pembelajaran Matematika: Sebuah Tantangan dalam Pengembangan Kurikulum Matematika" pada tanggal 28 Mei 2016 yang diselenggarakan oleh Prodi S2-S3 Pendidikan Matematika Pascasarjana Universitas Negeri Malang. Hal. 933-942. 2016.

Negeri di Kabupaten Lumajang. Peneliti memilih sekolah tersebut, dikarenakan kedua sekolah negeri tersebut merupakan sekolah dengan kualitas yang baik dengan akreditasi A, banyak meraih prestasi baik dalam bidang akademik maupun non akademik, kedua sekolah tersebut merupakan sekolah terbaik di Kabupaten Lumajang. Alasan peneliti memilih siswa kelas IX dikarenakan siswa telah mendapatkan materi kesebangunan dan kekongruenan bangun datar. Sumber data dalam penelitian ini merupakan hasil siswa mengerjakan soal pembuktian tentang kesebangunan. Siswa diminta untuk mengevaluasi pernyataan, kemudian siswa diminta untuk memberikan bukti atau alasan.

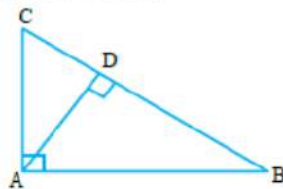
Instrumen yang digunakan dalam penelitian adalah soal nomor 2 (lihat Gambar 1) dari paket tes geometri untuk mengukur keterampilan berpikir kritis siswa SMP yang dikembangkan oleh Setiawan, Sunardi, & Kusno¹³. Dimana indikator dari soal tersebut yaitu diberikan pernyataan tentang kesebangunan atau kekongruenan, siswa dapat mengevaluasi benar atau salah serta memberikan bukti atau alasan. Soal tersebut merupakan soal level menganalisis pada taksonomi Bloom yang telah direvisi, siswa diminta untuk menganalisis argumen. Karakteristik berpikir kritis dari soal nomor 2 tersebut adalah argumen dan kriteria berpikir kritis dari soal nomor dua tersebut adalah bukti. Sehingga soal nomor 2 pada paket tes geometri untuk mengukur keterampilan berpikir kritis telah sesuai untuk digunakan menilai kemampuan pembuktian siswa dalam materi geometri.

Selain itu, soal-soal yang dikembangkan telah memenuhi syarat soal tes yang baik, yaitu: valid secara teoritis dan valid empiris, memiliki daya beda, dan memenuhi reliabilitas, hasil diseminasi atau perluasan dari paket tes juga memenuhi reliabilitas. Selain itu soal-soal pada paket tes telah memenuhi unsur kepraktisan, terutama petunjuk mengerjakan soal dan kalimat yang ada dalam soal mudah dipahami oleh siswa¹⁴.

¹³ Setiawan, Y. E., Sunardi, & Kusno. *Pengembangan Paket Tes Geometri untuk Mengukur Keterampilan Berpikir Kritis*. Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika dengan Tema "Pengembangan 4C's dalam Pembelajaran Matematika: Sebuah Tantangan dalam Pengembangan Kurikulum Matematika" pada tanggal 28 Mei 2016 yang diselenggarakan oleh Prodi S2-S3 Pendidikan Matematika Pascasarjana Universitas Negeri Malang. Hal. 62-78. 2016.

¹⁴ Setiawan, Y. E. Ketercapaian Indikator Keterampilan Dasar Dalam Berpikir Kritis pada Siswa SMP. *Jurnal Pendidikan dan Pengembangan Profesi, volume 6, nomor (2)*, 2016. 242-251

Perhatikan gambar berikut!



Gambar 2. Segitiga Siku-siku

Jika garis AD adalah garis tinggi, maka panjang $AD^2 = CD \times BD$.

- a. Benarkah pernyataan di atas?
- b. Berilah bukti atau alasan dari jawaban kalian!

Sumber: Setiawan, dkk., (2016)

Gambar 1. Instrumen Penelitian

Prosedur penelitian yaitu siswa diminta untuk mengerjakan paket tes geometri untuk mengukur keterampilan berpikir kritis maksimal selama 2 jam. Kemudian hasil mengerjakan paket tes tersebut dikumpulkan. Kemudian diberi skor terhadap jawaban siswa untuk soal nomor 2. Kemudian mengelompokkan skor yang diperoleh siswa berdasarkan rubrik penilaian paket tes tersebut, setelah itu melakukan analisis terhadap jawaban siswa yang berupa bukti tersebut secara kualitatif. Sehingga diperoleh hasil analisis kualitatif jawaban siswa yang mampu membuktikan, siswa kurang mampu membuktikan, dan siswa yang belum mampu membuktikan.

Hasil dan Diskusi

Sesuai dengan metode penelitian di atas, banyaknya subjek penelitian ini ada 51 siswa Sekolah Menengah Pertama kelas 9 di dua sekolah Negeri. Hasil mengerjakan soal dikategorikan berdasarkan rubrik penilaian dari soal tersebut, diperoleh kategori kemampuan pembuktian di bidang Geometri yang dapat dilihat pada Tabel 2.

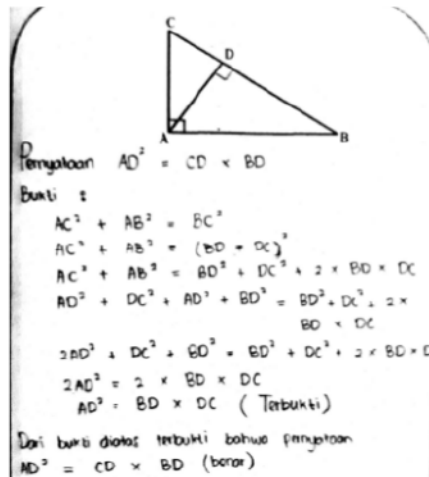
Tabel 2. Kategori Kemampuan Pembuktian

Kategori kemampuan	Banyaknya siswa	Persentase
Mampu	26	50,98%
Kurang mampu	17	33,33%
Belum mampu	8	15,69%
Total	51	100%

Berikutnya adalah melakukan analisis terhadap jawaban yang diberikan siswa dalam membuktikan soal di atas. Kemampuan siswa dalam memberikan jawaban yang berupa bukti ditinjau dari tiga hal, yaitu: (1)

pengetahuan dan/atau pemahaman matematis yang digunakan, (2) representasi bukti yang digunakan, (3) asumsi matematis dan logis. Salah satu hasil pengerjaan siswa yang mampu mengerjakan soal pembuktian di atas dapat dilihat pada Gambar 2.

Ada 26 siswa yang mampu membuktikan soal di atas dengan cara yang dapat dilihat pada Gambar 2. Analisis yang pertama dari kemampuan siswa dalam membuktikan adalah berdasarkan pengetahuan dan/atau pemahaman matematis yang digunakan. Jika kita lihat pada langkah pertama dari gambar 3, siswa menggunakan pemahaman tentang teorema Pythagoras, dimana siswa memulai pembuktian dari segitiga siku-siku ABC. Pada langkah kedua, siswa mengubah BC menjadi $(BD + DC)$, kemudian menjabarkan $(BD + DC)^2$ pada langkah ketiga, ini merupakan pengetahuan matematika yang berkaitan dengan perkalian aljabar. Pada langkah keempat, mengubah AC^2 menjadi $AD^2 + DC^2$ serta mengubah AB^2 menjadi $AD^2 + BD^2$, ini juga merupakan pengetahuan tentang teorema Pythagoras. Pada langkah kelima dan keenam siswa menggunakan prinsip kesetaraan, sehingga diperoleh $AD^2 = BD \times DC$. Akhirnya siswa membuat kesimpulan bahwa $AD^2 = BD \times DC$ terbukti. Jadi ditinjau dari pengetahuan matematis yang digunakan oleh siswa dalam melakukan pembuktian antara lain: pengetahuan tentang teorema Pythagoras, dan pengetahuan tentang operasi aljabar, pengetahuan tentang prinsip kesetaraan.



Gambar 2. Contoh Hasil Siswa Mengerjakan dengan Benar

Analisis yang kedua dari jawaban siswa ditinjau dari representasi bukti yang digunakan oleh siswa. Jika kita melihat pembuktian siswa pada Gambar 3 di atas, siswa merepresentasikan dengan bukti manipulasi aljabar yang

merupakan bukti simbolis. Analisis yang ketiga berdasarkan asumsi, siswa tidak menggunakan asumsi, hal ini dikarenakan sudah diketahui dalam soal, bahwa segitiga tersebut merupakan segitiga siku-siku. Bukti yang dilakukan oleh siswa merupakan bukti formal, yaitu bukti langsung dengan menggunakan bukti implikasi, jika P maka Q, dimana P adalah pernyataan segitiga siku-siku bernilai benar dan Q adalah pernyataan $AD^2 = BD \times DC$ yang telah dibuktikan oleh siswa juga benar, jadi hal ini telah logis dalam tahapan-tahapan pembuktian siswa SMP.

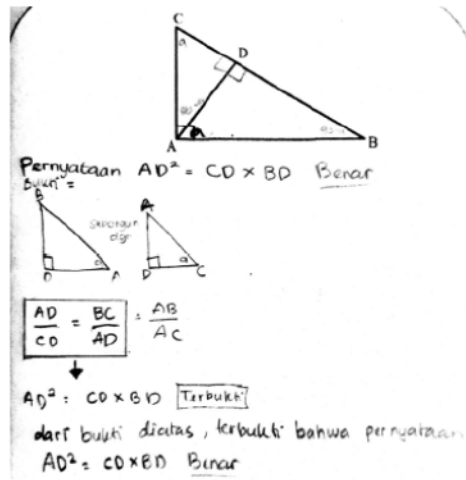
Dari analisis kemampuan siswa dalam melakukan pembuktian berdasarkan tiga hal di atas, dapat kita katakan bahwa siswa yang telah mampu melakukan pembuktian memiliki kemampuan: (1) pemahaman matematis dasar yang digunakan dalam pembuktian yaitu teorema Pythagoras, pengetahuan tentang operasi aljabar, pengetahuan tentang prinsip kesetaraan. (2) representasi yang digunakan merupakan bukti simbolis dan bukti formal (teruma bukti langsung). (3) bukti yang dilakukan oleh siswa adalah logis. Namun tidak ada siswa dalam pembuktian ini menggunakan pengetahuan tentang kesebangunan dalam pembuktian soal tersebut. Keterkaitan dengan ketercapaian anak SMP dalam pembuktian kesebangunan, didukung oleh data nasional Jepang adalah bahwa kebanyakan siswa kelas 8 di Jepang dapat membuat bukti secara benar yang biasanya berdasarkan pada segitiga kongruen atau kesebangunan, selain itu pembuktian yang digunakan adalah pembuktian langsung¹⁵. Sedangkan yang berkaitan dengan pemahaman matematis dasar didukung oleh hasil penelitian bahwa keunggulan siswa SMP dalam memberikan bukti adalah dapat memberikan bukti dengan rumus¹⁶.

Analisis yang kedua dilakukan terhadap jawaban siswa yang kurang mampu dalam melakukan pembuktian. Salah satu contoh hasil pengerjaan siswa yang kurang mampu dalam melakukan pembuktian dapat dilihat pada Gambar 3. Ada 17 siswa yang mampu membuktikan soal di atas dengan cara atau yang hampir sama dengan pembuktian pada Gambar 4 di atas. Analisis yang pertama dari kemampuan siswa dalam membuktikan adalah berdasarkan pengetahuan dan/atau pemahaman matematis yang digunakan. Jika kita lihat pada langkah pertama dari Gambar 4, siswa menggunakan pemahaman tentang kesebangunan segitiga, tetapi siswa tidak terlebih dahulu membuktikan bahwa segitiga tiga tersebut sebangun. Dalam hal ini siswa

¹⁵ Fujita, T., & Jones, K. Reasoning and proving in geometry in school mathematics textbooks in Japan. *International Journal of Education Research*, nomor 64, 2014. 81-91

¹⁶ Setiawan, Y. E. & Sunardi. *Profil keterampilan Berpikir Kritis Siswa SMP*. Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika dengan Tema "Pengembangan 4C's dalam Pembelajaran Matematika: Sebuah Tantangan dalam Pengembangan Kurikulum Matematika" pada tanggal 28 Mei 2016 yang diselenggarakan oleh Prodi S2-S3 Pendidikan Matematika Pascasarjana Universitas Negeri Malang. Hal. 933-942. 2016.

memiliki pengetahuan matematis berupa kesebangunan, tetapi tidak membuktikan terlebih dahulu tentang kesebangunan. Pada langkah kedua diperoleh dengan membandingkan sisi-sisi yang bersesuaian kemudian pada langkah ketiga dengan mengambil perbandingan $\frac{AD}{CD} = \frac{BC}{AD}$, maka dengan melakukan perkalian silang atau prinsip kesetaraan maka diperoleh $AD^2 = BD \times DC$. Akhirnya siswa membuat kesimpulan bahwa $AD^2 = BD \times DC$ terbukti. Jadi ditinjau dari pengetahuan matematis yang digunakan oleh siswa dalam melakukan pembuktian antara lain: pengetahuan tentang kesebangunan, namun pembuktian kesebangunan tidak ada, hanya mengasumsikan bahwa bangun sebangun, pengetahuan tentang perbandingan, dan pengetahuan tentang prinsip kesetaraan.



Gambar 3. Contoh Hasil Pengerjaan Siswa Kurang Mampu

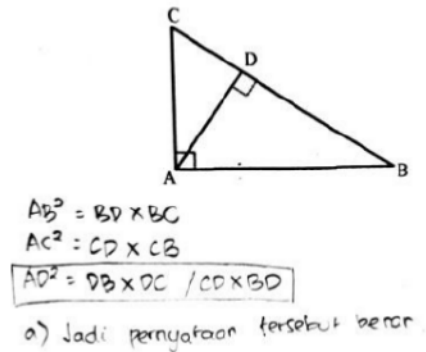
Analisis yang kedua dari jawaban siswa ditinjau dari representasi bukti yang digunakan oleh siswa. Jika kita melihat pembuktian siswa pada Gambar 4 di atas, siswa merepresentasikan dengan bukti visual yaitu siswa melibatkan gambar yang dapat kita lihat pada langkah pertama pembuktian. Analisis yang ketiga berdasarkan asumsi, siswa menggunakan asumsi kesebangunan segitiga, namun kesebangunan tersebut tidak dibuktikan terlebih dahulu oleh siswa. Bukti yang dilakukan oleh siswa merupakan bukti formal, yaitu bukti langsung menggunakan bukti implikasi, jika P maka Q, dimana P adalah pernyataan dua segitiga yang sebangun dan Q adalah pernyataan $AD^2 = BD \times DC$ yang telah dibuktikan oleh siswa juga benar, jadi hal ini telah logis dalam tahapan-tahapan pembuktian siswa SMP.

Dari analisis kemampuan siswa dalam melakukan pembuktian berdasarkan tiga hal di atas, dapat kita katakan bahwa siswa yang kurang

mampu melakukan pembuktian memiliki kemampuan: (1) pemahaman matematis dasar yang digunakan dalam pembuktian yaitu kesebangunan (yang tidak dibuktikan terlebih dahulu oleh siswa), pengetahuan tentang perbandingan, pengetahuan tentang prinsip kesetaraan. (2) representasi yang digunakan merupakan bukti visual dan bukti formal (teruma bukti langsung). (3) bukti yang dilakukan oleh siswa adalah logis.

Berkaitan dengan pemahaman matematis dasar, hasil penelitian menunjukkan untuk tugas khusus geometri sangat memerlukan pengetahuan konten, pelatihan kognitif saja tidak memadai untuk membuat perbaikan yang signifikan pada kinerja siswa¹⁷. Hasil penelitian juga menunjukkan bahwa ketika postulat kongruensi segitiga diperkenalkan, peserta menunjukkan peningkatan yang luar biasa pada dua uji kongruensi segitiga yang spesifik¹⁸. Berkaitan dengan representasi bukti yang digunakan merupakan bukti visual, hal ini merupakan implikasi ketika seseorang menguasai tentang konsep kesebangunan, maka siswa akan menggunakan bukti visual.

Analisis yang ketiga dilakukan terhadap jawaban siswa yang belum mampu dalam melakukan pembuktian. Salah satu contoh hasil pengerjaan siswa yang belum mampu dalam melakukan pembuktian dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Contoh Hasil Pengerjaan Siswa yang Belum Mampu

Ada 8 siswa yang belum mampu membuktikan soal di atas dengan cara atau yang hampir sama dengan pembuktian pada Gambar 3. Analisis yang pertama dari kemampuan siswa dalam membuktikan adalah berdasarkan pengetahuan dan/atau pemahaman matematis yang digunakan. Jika kita lihat

¹⁷ Zhang, D. Effects of Visual Working Memory Training and Direct Instruction on Geometry Problem Solving in Students with Geometry Difficulties. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, volume 15 nomor 1, 2017. 117-138.

¹⁸ Zhang, D. Effects of Visual Working Memory Training and Direct Instruction on Geometry Problem Solving in Students with Geometry Difficulties. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, volume 15 nomor 1, 2017. 117-138.

pada langkah pertama dari Gambar 3, siswa menggunakan pemahaman matematis yang salah dalam melakukan pembuktian, kemudian siswa mengalami kesulitan dalam melakukan pembuktian berikutnya. Secara langsung siswa mengatakan pernyataan tersebut benar. Jadi ditinjau dari pengetahuan matematis yang digunakan oleh siswa dalam melakukan pembuktian antara lain: pengetahuan matematis yang salah atau tidak relevan untuk memberikan jawaban yang berupa bukti, sehingga siswa kesulitan untuk melakukan langkah pembuktian berikutnya.

Analisis yang kedua dari jawaban siswa ditinjau dari representasi bukti yang digunakan oleh siswa. Jika kita melihat pembuktian siswa pada Gambar 5 di atas, siswa merepresentasikan dengan bukti simbolis, tetapi masih salah dalam melakukan manipulasi aljabar. Analisis yang ketiga berdasarkan asumsi, siswa menggunakan asumsi yang salah atau tidak relevan, sehingga bukti yang diberikan kurang logis. Dilihat dari keformalan, bukti yang diberikan tidak formal.

Dari analisis kemampuan siswa dalam melakukan pembuktian berdasarkan tiga hal di atas, dapat kita katakan bahwa siswa yang belum mampu melakukan pembuktian memiliki kemampuan: (1) pemahaman matematis dasar yang salah atau tidak relevan dalam mendukung pembuktian. (2) representasi yang digunakan merupakan bukti simbolis, tetapi salah dalam melakukan manipulasi aljabar dan bukti tidak formal. (3) bukti yang dilakukan oleh siswa kurang logis atau tidak logis. Berkaitan dengan pemahaman matematis dasar yang salah, hal sesuai dengan hasil penelitian yang mengatakan bahwa kegagalan pembuktian dalam geometri salah satunya adalah kegagalan dugaan (*failed conjecture*) yaitu dugaan yang didasarkan pada sifat-sifat gambar tidak sesuai¹⁹. Hasil penelitian menunjukkan bahwa jenis-jenis kesalahan yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan soal-soal kesebangunan, meliputi kesalahan konsep, kesalahan prosedur, dan kesalahan kecerobohan, sedangkan yang menjadi faktor penyebab kesalahan siswa adalah siswa kurang menguasai materi, kurang teliti, kurang menguasai materi prasyarat, serta tidak memahami langkah menyelesaikan soal²⁰.

Berdasarkan representasi matematis yang digunakan merupakan implikasi dari pemahaman matematis yang salah atau tidak relevan, sehingga terjadi kesalahan atau kesulitan dalam langkah pembuktian berikutnya. Sedangkan berkaitan dengan bukti yang kurang logis hal ini sesuai dengan hasil penelitian yang menyatakan bahwa kekurangan siswa SMP dalam hal

¹⁹ Chartouny, M., Osta, I., & Raad, N. A. A Framework for Failed Proving Processes in a Dynamic Geometry Environment. *Springer International Publishing*, 2017. 225-254.

²⁰ Solfitri, T., & Roza, Y. Analisis Kesalahan Dalam Menyelesaikan Soal-soal Geometri Siswa Kelas IX SMPN Se-Kecamatan Tampan Pekanbaru. *Prosiding Semirata 2015 bidang MIPA BKS-PTN Barat Universitas Tanjung Pontianak*, hal. 295-303. 2015.

pembuktian adalah kurang dapat memberikan bukti berupa alasan yang logis²¹. Secara keseluruhan pembuktian siswa yang belum mampu ini mengarah kepada kegagalan pembuktian. Dimana kegagalan dalam pembuktian (*failed proof*) merupakan kesalahan dalam pembuktian, buktinya tidak lengkap, menggunakan sifat-sifat yang salah, mengasumsikan sifat yang diamati pada gambar sebagai hipotesis, atau terlalu banyak kesimpulan karena tidak menyajikan argumen yang cukup²².

Dari hasil analisis deskriptif terhadap jawaban siswa yang berupa pembuktian di atas, secara umum diperoleh bahwa kemampuan pembuktian siswa Sekolah Menengah Pertama dalam materi Geometri yaitu kesebangunan ditinjau dari pengetahuan matematis dasar yang digunakan dalam pembuktian, representasi pembuktian, serta asumsi yang digunakan dalam pembuktian dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Kemampuan Pembuktian Siswa SMP

Kategori	Kemampuan Pembuktian		
	Pengetahuan Matematis Dasar	Representasi	Asumsi
Mampu	Pemahaman matematis dasar yang digunakan dalam pembuktian yaitu teorema Pythagoras, pengetahuan tentang operasi aljabar, pengetahuan tentang prinsip kesetaraan.	Representasi yang digunakan merupakan bukti simbolis dan bukti formal (terutama bukti langsung).	Bukti yang dilakukan oleh siswa adalah logis. Namun tidak ada siswa dalam pembuktian ini menggunakan pengetahuan tentang kesebangunan dalam pembuktian soal tersebut.
Kurang mampu	Pemahaman matematis dasar yang digunakan dalam pembuktian yaitu kesebangunan (yang tidak dibuktikan terlebih dahulu oleh siswa), pengetahuan tentang perbandingan, pengetahuan tentang prinsip kesetaraan.	Representasi yang digunakan merupakan bukti visual dan bukti formal (terutama bukti langsung).	Bukti yang dilakukan oleh siswa adalah logis.
Belum mampu	Pemahaman matematis dasar yang salah atau tidak relevan dalam mendukung pembuktian.	Representasi yang digunakan merupakan bukti simbolis, tetapi salah dalam melakukan manipulasi aljabar dan bukti tidak formal.	Bukti yang dilakukan oleh siswa kurang atau tidak logis.

²¹ Setiawan, Y. E. & Sunardi. *Profil keterampilan Berpikir Kritis Siswa SMP*. Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika dengan Tema “Pengembangan 4C’s dalam Pembelajaran Matematika: Sebuah Tantangan dalam Pengembangan Kurikulum Matematika” pada tanggal 28 Mei 2016 yang diselenggarakan oleh Prodi S2-S3 Pendidikan Matematika Pascasarjana Universitas Negeri Malang. Hal. 933-942. 2016.

²² Chartouny, M., Osta, I., & Raad, N. A. A Framework for Failed Proving Processes in a Dynamic Geometry Environment. *Springer International Publishing*, 2017. 225-254.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa dari 51 siswa SMP yang memberikan jawaban tentang pembuktian diperoleh bahwa 26 siswa mampu memberikan bukti dengan benar, 17 siswa kurang mampu dalam memberikan bukti dengan benar, dan 8 siswa belum mampu membuktikan dengan benar. Ditinjau dari kemampuan siswa dalam memberikan jawaban yang berupa bukti, siswa yang mampu memberikan bukti dengan benar memiliki pengetahuan matematis dasar yang benar dan relevan sehingga bisa digunakan untuk mendukung pembuktian, representasinya berupa bukti simbolis dengan melakukan manipulasi aljabar dan bukti formal (bukti langsung), asumsi yang digunakan sudah matematis dan memenuhi kelogisan dalam memberikan bukti. Siswa yang kurang mampu dalam melakukan pembuktian memiliki pengetahuan matematis dasar yang benar dan relevan sehingga bisa digunakan untuk mendukung pembuktian, namun pengetahuan matematis yang digunakan tidak dibuktikan (dimana dalam soal harus dibuktikan terlebih dahulu), representasinya berupa bukti visual yaitu dengan menggambar segitiga yang sebangun dan bukti formal (bukti langsung), asumsi yang digunakan sudah matematis dan memenuhi kelogisan dalam memberikan bukti. Siswa yang belum mampu melakukan pembuktian, pengetahuan matematis dasar yang digunakan salah atau tidak relevan dalam mendukung pembuktian, representasinya bukti simbolis, tetapi salah dalam melakukan manipulasi aljabar dan bukti tidak formal, asumsi yang digunakan belum matematis dan belum atau tidak memenuhi kelogisan dalam memberikan bukti.

Keterbatasan penelitian ini hanya dilakukan analisis terhadap jawaban siswa, analisis kemampuan pembuktian hanya dilakukan berdasarkan tiga hal, yaitu pengetahuan matematis dasar, representasi bukti, serta asumsi yang digunakan siswa dalam pembuktian. Dari hasil penelitian juga ditemukan bahwa tidak ada siswa yang membuktikan dengan konsep kesebangunan dengan benar, siswa masih sulit dalam membuktikan segitiga sebangun, hal ini membuka penelitian lanjutan tentang kesulitan siswa dalam mengkonstruksi bukti kesebangunan. Selain itu penelitian ini tidak dilakukan wawancara terhadap anak, dikarenakan keterbatasan waktu, sehingga penelitian lanjutan tentang proses berpikir siswa dalam mengkonstruksi pembuktian pada materi geometri.

Hasil penelitian ini dapat dimanfaatkan oleh pendidik dalam mengajarkan pembuktian terutama pembuktian kesebangunan. Rekomendasi terhadap pendidik dalam melakukan pembelajaran pembuktian antara lain: (1) membekali siswa dengan berbagai pengetahuan matematis dasar yang benar dan relevan untuk mendukung pembuktian di tingkat SMP, pengetahuan matematis dasar yang mendukung pembuktian dalam materi

kesebangunan antara lain: teorema Pythagoras, operasi aljabar, prinsip kesetaraan, konsep kesebangunan, perbandingan, perkalian silang. (2) membekali siswa dengan berbagai representasi bukti, antara lain bukti simbolis yaitu melakukan manipulasi aljabar secara benar, bukti visual yaitu membuat gambar atau grafik yang benar dalam mendukung pembuktian, serta bukti formal terutama pembuktian langsung dengan menggunakan logika implikasi. (3) asumsi-asumsi yang digunakan dalam pembuktian memenuhi asumsi matematis, yaitu siswa dibekali dengan konsep, definisi, atau teorema yang sesuai dengan jenjang SMP dan dibutuhkan dalam pembuktian, misalnya teorema pythagoras. Kelogisan dalam pembuktian juga perlu diberikan kepada siswa melalui tahap-tahap pembuktian yang benar serta aturan logika yang sesuai dengan tingkat SMP.

800_artikel awal_Analisis Kemampuan Siswa dalam Pembuktian Kesebangunan Dua Segitiga

ORIGINALITY REPORT

9%

SIMILARITY INDEX

10%

INTERNET SOURCES

4%

PUBLICATIONS

4%

STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1

www.scribd.com

Internet Source

7%

2

digilib.unm.ac.id

Internet Source

2%

Exclude quotes On

Exclude matches < 2%

Exclude bibliography On